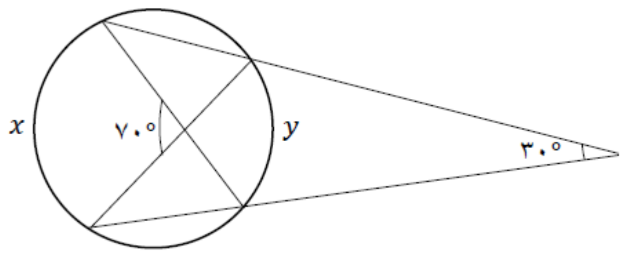
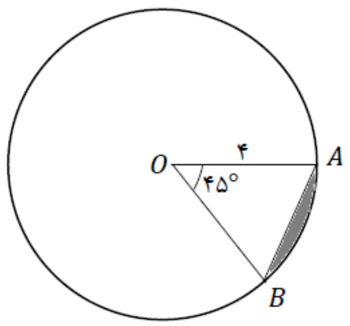
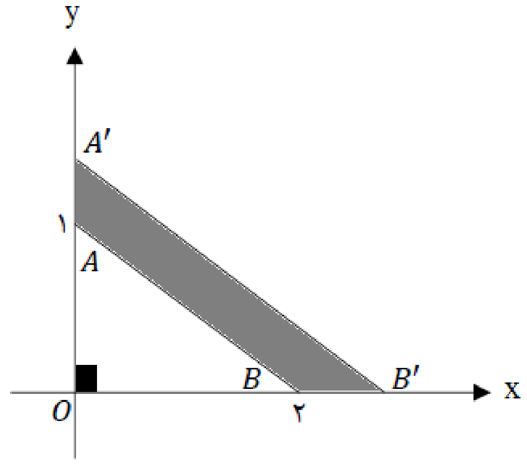
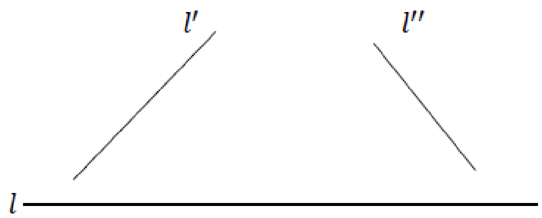
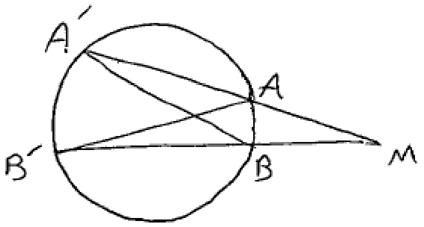
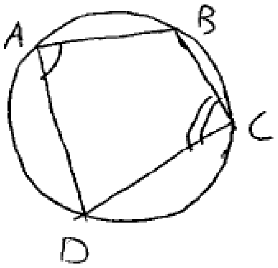
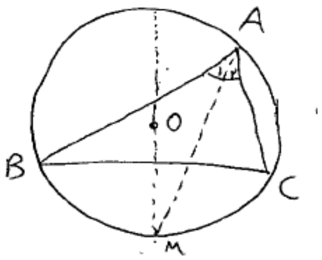
نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	

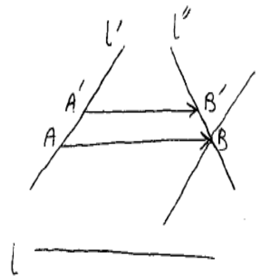
ردیف	سؤالات	بارم
1	در شکل زیر، مقادیر x و y را بیابید.  	۱
۲	امتداد وترهای AA' و BB' از یک دایره، در نقطه ی M خارج دایره متقاطع اند.ثابت کنید : $MA.MA' = MB.MB'$	۱
۳	در شکل زیر، O مرکز دایره است.مساحت ناحیه ی رنگی را بیابید.  	۱
۴	ثابت کنید در چهارضلعی محاطی، زاویه های رو به رو، مکمل اند.	۱
۵	ثابت کنید در هر مثلث، نیمساز هر زاویه و عمودمنصف ضلع رو به رو به آن، در نقطه ای روی دایره ی محیطی، متقاطع اند.	۱
۶	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) تبدیل ب) ایزومتری ج) انتقال د) تجانس	۱
۷	نقطه ی A' دوران یافته ی نقطه ی A به مرکز O است.ثابت کنید عمودمنصف AA' از نقطه ی O می گذرد.	۱

ردیف	ادامه ی سؤالات — محل مهر یا امضاء مدیر	بارم
۸	در شکل زیر، پاره خط A’B’ مجانس پاره خط AB به مرکز O است.اگر مساحت ناحیه ی رنگی $\frac{5}{4}$ واحد باشد، نسبت تجانس را بیابید. 	۱
۹	دو نقطه ی A و B در یک طرف خط d مفروض اند. نقطه ی M را روی خط d چنان بیابید که حاصل AM + MB حداقل باشد.	۲
۱۰	سه خط l ، l’ و l” دو به دو متقاطع اند (شکل زیر)، پاره خط AB به موازات l و به طول ۴ واحد را چنان رسم کنید که A روی l’ و B روی l” باشد. 	۲
۱۱	در مثلث ABC، که $AB = 3$ ،$AC = 4$ و $\hat{A} = 60°$ ، طول ضلع BC و سینوس زاویه ی C را بیابید.	۱,۵
۱۲	ثابت کنید مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه ی بین آن ها.	۱
۱۳	در مثلث ABC ثابت کنید : $b^2 + c^2 = 2{m_a}^2 + \frac{a^2}{2}$	۲
۱۴	در مثلث ABC میانه ی AM و نیمسازهای دو زاویه ی AMB و AMC را رسم می کنیم تا اضلاع AB و AC را در P و Q قطع کنند، ثابت کنید : $PQ \parallel BC$	2
۱۵	طول ارتفاع های مثلثی به اضلاع ۷ ، ۸ و ۹ را بیابید.	۱,۵

جمع بارم : ۲۰ نمره

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$\begin{cases}\dfrac{x+y}{2}=70^o\\ \dfrac{x-y}{2}=30^o\end{cases} \to \begin{cases}x+y=140^o\\ x-y=60^o\end{cases} \to \begin{cases}x=100^o\\ y=40^o\end{cases}$	
۲	$\begin{cases}\widehat{A'}=\dfrac{1}{2}AB\ \text{کمان}\\ \widehat{B'}=\dfrac{1}{2}AB\ \text{کمان}\end{cases} \to \widehat{A'}=\widehat{B'}$ $(\widehat{A'}=\widehat{B'}),(\widehat{M}=\widehat{M}) \to \Delta MA'B \sim \Delta MB'A \to \frac{MA}{MB}=\frac{MB'}{MA'} \to$ $MA.MA'=MB.MB'$  	
۳	$45^o\ \text{مساحت قطاع} = \left(\dfrac{45^o}{360^o}\right)\left(\text{مساحت دایره}\right)=\dfrac{1}{8}(16\pi)=2\pi$ $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}(4)(4)(sin45^o)=4\sqrt{2}$ مساحت ناحیه ی رنگی $= 2\pi - 4\sqrt{2}$	
۴	$\hat{A}+\hat{C}=\dfrac{1}{2}BCD_{\text{کمان}}+\dfrac{1}{2}BAD_{\text{کمان}}$ $=\dfrac{1}{2}\left(BCD_{\text{کمان}}+BAD_{\text{کمان}}\right)=\dfrac{1}{2}(360^o)=180^o$  	
۵	فرض کنیم نیمساز $\hat{A}$، دایره را در M قطع کند، داریم :  $\widehat{A_1}=\widehat{A_2} \to \dfrac{1}{2}\ BM_{\text{کمان}}=\dfrac{1}{2}\ MC_{\text{کمان}} \to BM_{\text{کمان}}=MC_{\text{کمان}}$ پس M وسط BC است، در نتیجه OM عمود منصف BC است.	
۶	الف-یک نگاشت یک به یک از صفحه به روی خودش است. ب-تبدیلی است که فاصله ی بین نقاط را حفظ می کند. ج-انتقال با بردار $\vec{v}$ تبدیلی است که در آن، تصویر هر نقطه مانند A، نقطه ای چون A' است به طوری که: $\overrightarrow{AA'}=\vec{v}$ د-تجانس به مرکز O و نسبت k تبدیلی است که در آن : اولاً : مرکز تجانس ثابت می ماند. دوماً : تصویر هر نقطه مانند A (به غیر از مرکز) نقطه ای مانند A' است به طوری که : $\overrightarrow{OA'}=k.\overrightarrow{OA}$	

۷



طبق تعریف دوران، OA = OA′، پس نقطه ی O از دو سر پاره خط AA′ به یک فاصله است در نتیجه روی عمودمنصف AA′ قرار دارد.

۸

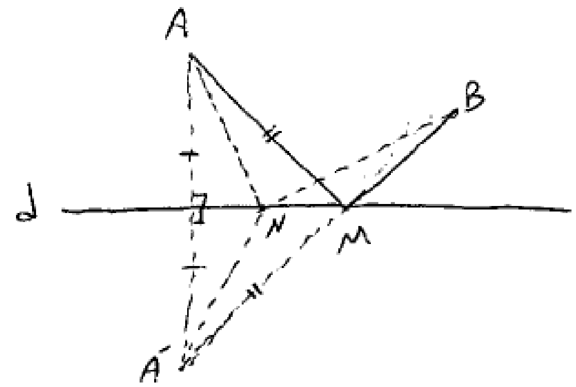
فرض کنیم نسبت تجانس، k باشد بنابراین :

$$S_{\Delta OA'B'} = k^2 S_{\Delta OAB} \rightarrow S_{\Delta OAB} + \frac{5}{4} = k^2 S_{\Delta OAB}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}(2)(1) + \frac{5}{4} = k^2\left(\frac{1}{2}(2)(1)\right) \rightarrow 1 + \frac{5}{4} = k^2 \rightarrow k^2 = \frac{9}{4} \rightarrow k = \pm\frac{3}{2} \xrightarrow{\text{تجانس مستقیم است}} k = \frac{3}{2}$$

۹

بازتاب A نسبت به d را A′ نامیده و آن را به B وصل می کنیم تا خط d را در M قطع کند، فرض کنیم N نقطه ی دیگری از خط d باشد در این صورت :

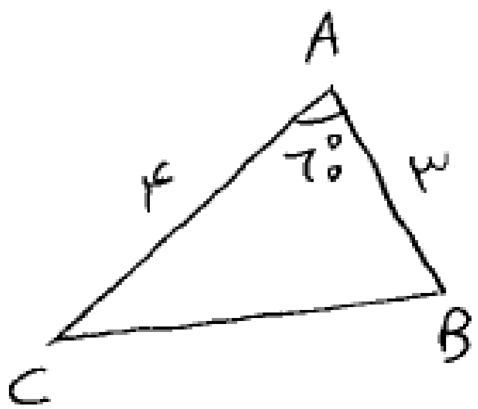


AA' روی عمود منصف $N \rightarrow NA' = NA$ است

AA' روی عمود منصف $M \rightarrow MA' = MA$ است

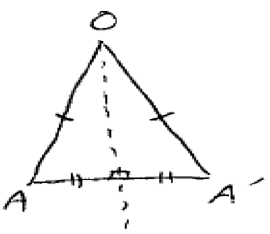
$\Delta NA'B$: نامساوی مثلثی $\rightarrow NA' + NB > MA' + MB \rightarrow NA + NB > MA + MB$

۱۰



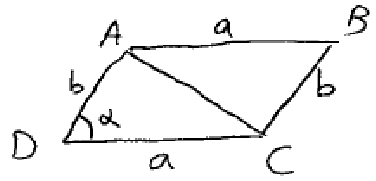
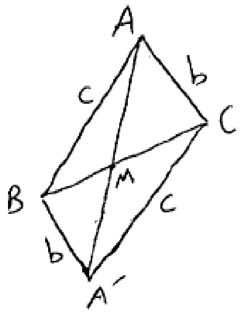
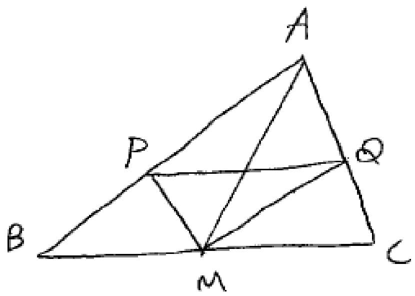
ابتدا خط l′ را با برداری به طول ۴ و به موازات l به سمت l″ انتقال می دهیم تا آن را در B قطع کند، سپس B را با قرینه ی این بردار انتقال می دهیم تا نقطه ی A از خط l′ به دست آید.اگر A′B′ پاره خط دیگری با این شرایط باشد، آن گاه $A'B' \underline{\parallel} AB$ در نتیجه چهارضلعی ABA′B′ متوازی الاضلاع می شود یعنی $l' \parallel l''$ که خلاف فرض است پس AB تنها جواب مسأله است.

۱۱



قضیه ی کسینوس ها : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times cos\hat{A}$

$$a^2 = 16 + 9 - 2(4)(3)\left(\frac{1}{2}\right) = 13 \rightarrow a = \sqrt{13}$$

قضیه ی سینوس ها $\rightarrow \frac{a}{sinA}=\frac{c}{sinC}\rightarrow \frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{3}{sinC}\rightarrow sinC=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{39}}{26}$	
با رسم قطر AC داریم :  $S_{ABCD}=2S_{\Delta ADC}=2\left(\frac{1}{2}(a)(b)sin\alpha\right)=absin\alpha$	۱۲
میانه ی AM را به اندازه ی خودش امتداد می دهیم تا نقطه ی A' به دست آید در چهارضلعی حاصل، قطرها یکدیگر را نصف کرده اند پس متوازی الاضلاع است و داریم :  $2b^2+2c^2=(AA')^2+BC^2\rightarrow 2b^2+2c^2=(2m_a)^2+a^2$ $2b^2+2c^2=4{m_a}^2+a^2\rightarrow b^2+c^2=2{m_a}^2+\frac{a^2}{2}$	۱۳
طبق خاصیت نیمساز داخلی، داریم :  $\begin{cases}\Delta AMB: \frac{AP}{PB}=\frac{AM}{MB}\\ \Delta AMC: \frac{AQ}{QC}=\frac{AM}{MC}\\ AM \text{ میانه است } \rightarrow MB=MC\end{cases}\rightarrow \frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QC}$ $\xrightarrow{\text{عکس قضیه ی تالس}} PQ \parallel BC$	۱۴
$2P=9+8+7=24\rightarrow P=12$ $S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{12(3)(4)(5)}=12\sqrt{5}$ $S=\frac{1}{2}a.h_a=\frac{1}{2}b.h_b=\frac{1}{2}c.h_c\rightarrow 12\sqrt{5}=\frac{9}{2}h_a=4h_b=\frac{7}{2}h_c\rightarrow\begin{cases}h_a=\frac{8\sqrt{5}}{3}\\ h_b=3\sqrt{5}\\ h_c=\frac{24\sqrt{5}}{7}\end{cases}$	۱۵