

ردیف	سؤالات	نمره
۱/۵	<p>جاهای خالی را با عبارت درست پر کنید.</p> <p>الف) معادله درجه دومی که ریشه هایش $\sqrt{2} \pm 1$ باشد به صورت است.</p> <p>ب) $\frac{5\pi}{3}$ رادیان برابر درجه است.</p> <p>ج) بازه $(x-1, 2x+5)$ یک همسایگی عدد ۲ می باشد. محدوده x است.</p> <p>د) وارون تابع $y = \sqrt{x-1} - 2$ است.</p>	۱
۰/۷۵	مجموع شش جمله اول یک دنباله هندسی، سه برابر مجموع سه جمله اول آن است. قدرنسبت کدام است؟	۲
۱	اگر α, β ریشه های معادله $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = x^2 + 4x - 1 = 0$ باشند، حاصل آورید؟	۳
۱	معادله $ x^2 - 1 = 2x - 1$ را به روش هندسی حل کنید.	۴
۱	مختصات رأس های مثلثی A(1,3) و B(-1,-1) و C(-2,2) است. طول ارتفاع CH را بدست آورید؟	۵
۱	<p>اگر $\{g\} = \{(1,2), (2,5), (4,3), (5,1)\}$ و $f = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5)\}$ باشند، مطلوبست:</p> <p>الف) تابع gof</p> <p>ب) $(\frac{g-3f}{2f})(2)$</p>	۶
۰/۷۵	نامعادله ای توانی $4^{2x+1} > \frac{1}{512}$ را حل کنید.	۷
۱	<p>جرم یک توده از باکتری در هر ساعت دو برابر می شود. در ابتدا ۱۰ گرم از این باکتری موجود است.</p> <p>الف- جرم توده را پس از t ساعت بصورت یک تابع نمایی بنویسید؟</p> <p>ب- پس از چند ساعت جرم توده ۱۰۰ گرم خواهد شد؟ ($\log 2 = 0.3$)</p>	۸
۱	حاصل عبارت $\log_2^{\frac{1}{16}} + \log_4^{\frac{3}{4}} + \log^{0.01} + \log^1$ را بدست آورید.	۹
۱	معادله مقابل را حل کنید: $\log^{(4-x)} = \log^{(6-x)} - \log^{(x)}$	۱۰
صفحه ۱ از ۲		

۱/۵	<p>اگر α و β حاده باشند حاصل عبارت زیر را بیابید؟</p> $\frac{\sin(\pi - \alpha) + \cos(-\beta)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(\frac{3\pi}{2} - \beta)}$	۱۱
۱	نمودار تابع $y = 2 - \cos(x + \frac{\pi}{3})$ را رسم کنید.	۱۲
۱/۵	<p>اگر α ، β به ترتیب زاویه های حاده و منفرجه باشند و $\sin(\alpha - \beta) = \frac{-12}{13}$ ، $\cos\beta = \frac{1}{3}$ حاصل $\sin\alpha = ?$ و $\sin 2\alpha = ?$</p>	۱۳
۱/۲۵	<p>نمودار تابع f به صورت مقابل است، حدود زیر را در صورت وجود مشخص کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} f(-x)$ ج) $[\lim_{x \rightarrow 0} f(x)]$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x)]$</p>	۱۴
۲/۵	<p>حدود زیر را بیابید؟</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - \sqrt{x}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2[x] - 4}{x - 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos 2x - 2}{x \sin x}$</p>	۱۵
۱/۵	<p>a و b را طوری بیابید تا تابع $f(x)$ در $x=0$ پیوسته باشد.</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{ x }{x} + a & x < 0 \\ -b & x = 0 \\ \frac{1 - \cos x}{3x^2} & x > 0 \end{cases}$	۱۶
۰/۷۵	آیا تابع $f(x) = [x]$ در بازه $[1, 2]$ پیوسته است؟ چرا؟	۱۷
صفحه ۲ از ۲		



نام درس: مسابقات
نام دبیر: سرگار فائزه سعیدی
تاریخ امتحان: ۱۴/۳/۹۸
 ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

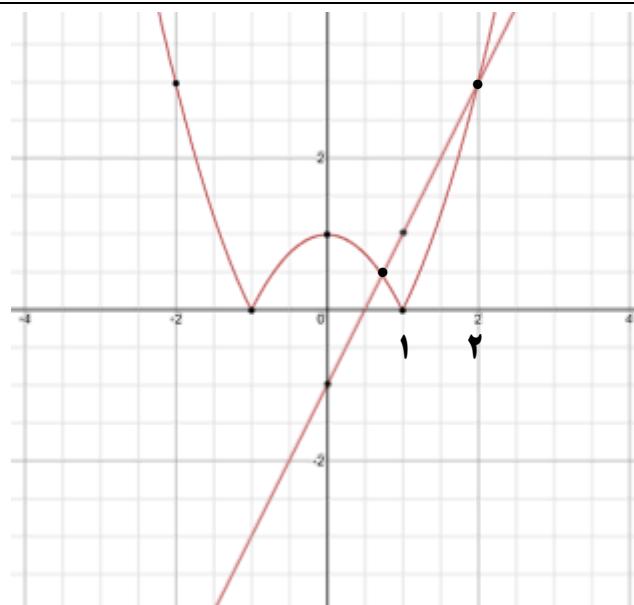
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
کلید سوالات پایان ترم نوبت دوم سال تمهیل ۹۷-۹۸

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱		$s = 1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 2$ $p = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) - 1 \implies x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (\cdot/5)$
		$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\frac{5\pi}{3}}{\pi} \Rightarrow D = 300^\circ \quad (\cdot/25)$
		$\text{c) } 2 \in (x-1, 2x+5) \Rightarrow \begin{cases} x-1 < 2 \Rightarrow x < 3 \\ 2 < 2x+5 \Rightarrow \frac{-3}{2} < x \end{cases} \implies \frac{-3}{2} < x < 3 \quad (\cdot/25)$
		$y+2 = \sqrt{x-1} \implies (y+2)^2 = x-1 \implies x = (y+2)^2 + 1$ $\implies y = (x+2)^2 + 1 \quad (\cdot/5)$
۲		$S_6 = 3S_3 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} = 3 \times \frac{a_1(1-q^3)}{1-q} \quad (\cdot/25)$ $\frac{(1-q^3)(1+q^3)}{1-q^3} = 3 \Rightarrow q^3 = 2 \Rightarrow q = \sqrt[3]{2}$ $(\cdot/25) \qquad \qquad \qquad (\cdot/25)$
۳		$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -4 \quad (\cdot/25)$ $P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1 \quad (\cdot/25)$ $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{\beta+1+\alpha+1}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{S+2}{P+S+1} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ $(\cdot/25) \qquad \qquad \qquad (\cdot/25)$

$$y_1 = |x^2 - 1|$$

$$y_2 = 2x - 1$$

$$x = 2, x \in (0, 1) \quad (\cdot/\Delta)$$

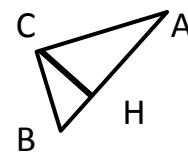


(رسم شكل ٥ • نمره)

$$m_{AB} = \frac{4}{2} = 2$$

$$AB \text{ معادله خط} : y - 3 = 2(x - 1) \Rightarrow y - 2x - 1 = 0 \quad (\cdot/\Delta)$$

$$CH = \frac{|2+4-1|}{\sqrt{1+4}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \quad (\cdot/\Delta)$$



$$gof = \{(1, 5), (3, 3), (4, 1)\} \quad (\cdot/\Delta)$$

$$\left(\frac{g-3f}{2f}\right)(2) = \frac{g(2)-3f(2)}{2f(2)} = \frac{5-9}{2 \times 3} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \quad (\cdot/\Delta)$$

$$2^{4x+2} > 2^{-9} \xrightarrow{\text{چون } 2 \text{ تابع صعودی است}} 4x + 2 > -9 \Rightarrow x > \frac{-11}{4}$$

(•/٢٥) (•/٢٥) (•/٢٥)

$$\text{الف) } m(t) = 10 \times 2^t \quad (\cdot/٢٥)$$

$$\text{ب) } m(t) = 100 \Rightarrow 100 = 10 \times 2^t \Rightarrow 2^t = 10 \Rightarrow t = \log_2^{10} = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3}$$

(•/٢٥) (•/٢٥) (•/٢٥)

$$\log_2^{2^{-4}} + \log_{2^2}^{\frac{2}{3}} + \log^{10^{-2}} + 0 = -4 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} - 2 = \frac{-17}{3}$$

(•/٢٥) (•/٢٥) (•/٢٥)

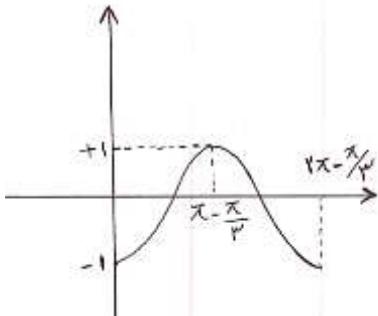
$$\log(4-x) = \log \frac{6-x}{x} \Rightarrow 4-x = \frac{6-x}{x} \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (\cdot/\Delta)$$

$$x = 2 \quad \text{ق ق} \quad (\cdot/٢٥)$$

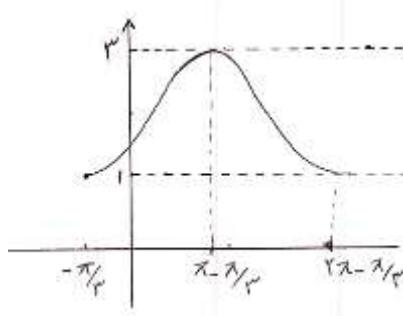
$$x = 3 \quad \text{ق ق} \quad (\cdot/٢٥)$$

$$\frac{\sin(\pi - \alpha) + \cos(-\beta)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(\frac{3\pi}{2} - \beta)} = \frac{\sin\alpha + \cos\beta}{-\cos\alpha - \cos\beta} = \frac{0.6 + 0.2}{-0.8 - 0.2} = -0.8$$

(•/Δ) (•/٢٥) (•/٢٥)



(٤/٥)



(٤/٥)

$$\sin \alpha = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{ربع اول است}} \cos \alpha = \frac{\sqrt{8}}{3} \quad (٤/٢٥)$$

$$\cos \beta = \frac{-12}{13} \xrightarrow{\text{ربع دوم است}} \sin \beta = \frac{5}{13} \quad (٤/٢٥)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = \frac{-1}{3} \times \frac{-12}{13} - \frac{5}{13} \times \frac{\sqrt{8}}{3} \quad (٤/٥)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{8}}{9}$$

(٤/٢٥)

(٤/٢٥)

الف) ٣ (٤/٢٥) ب) وجود ندارد (٤/٢٥) ج) ٣ (٤/١٥) د) ٥ (٤/٢٥)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - \sqrt{x}} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(x+\sqrt{x})}{x(x-1)} = 4 \quad (٤/٧٥)$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} \lim_{\substack{x \rightarrow 2^- \\ x < 2}} \frac{x^2 - 4}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 \quad (٤/٧٥) \end{aligned}$$

$$\text{ج)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\cos 2x - 1)}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(-2 \sin^2 x)}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4 \sin x}{x} = -4 \quad (١)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(x) \quad (٤/٢٥)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{3x^2} = \frac{1}{6} \quad (٤/٥)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{-x}{x} + a = -1 + a \quad (٤/٢٥)$$

$$f(0) = b, \quad b = \frac{1}{6}, \quad -1 + a = \frac{1}{6} \implies a = \frac{7}{6} \quad (٤/٥)$$

$$1) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$

$$f(1) = 1$$

در $x=1$ پیوستگی راست دارد.

$$1) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$$

$$f(2) = 2$$

در $x=2$ پیوستگی چپ ندارد.در بازه $(2, 1)$ پیوسته است.پس $f(x)$ در بازه $[1, 2]$ پیوسته نیست.