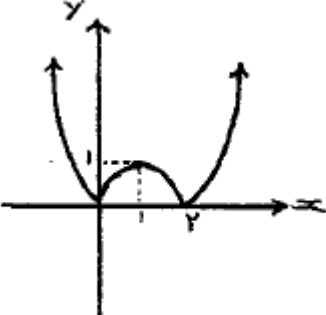
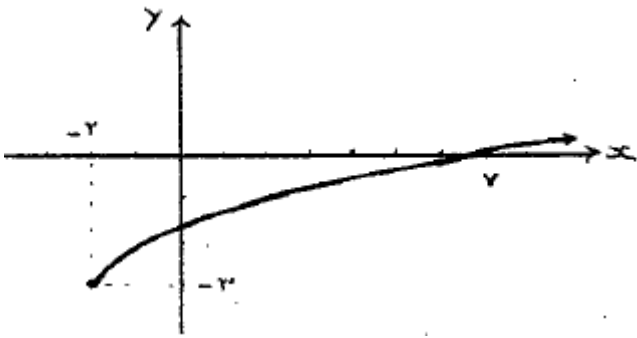
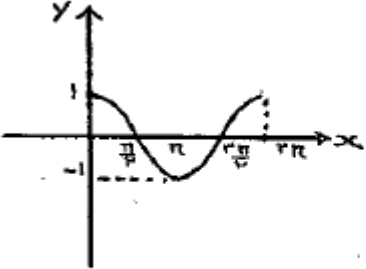
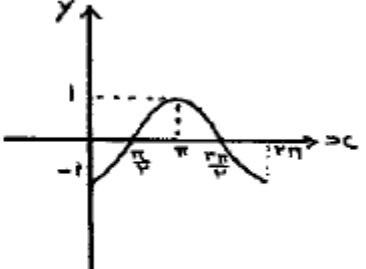
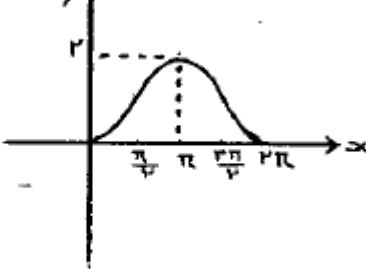


ردیف	سؤالات	نمره
۱	مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب شش هستند، چقدر است؟	۱,۲۵
۲	معادله ی $12 = (4 - x^2)^2 - (4 - x^2)$ را حل کنید.	۱,۲۵
۳	نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x $ را رسم کنید.	۰,۵
۴	اگر فاصله ی نقطه ی $A(1,2)$ از خط $ax + 4y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار a چقدر است؟	۱
۵	به کمک رسم نمودار وارون پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$ را بررسی کنید و ضابطه ی تابع وارون آن را بدست آورید. (دامنه ی تابع وارون را تعیین کنید)	۱,۲۵
۶	اگر داشته باشیم $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 + 3$ ، دامنه و ضابطه ی تابع $f \circ g$ را تعیین کنید. ($D_{f \circ g}$ را از راه تعریف تعیین کنید)	۱,۷۵
۷	نیمه عمر یک ماده هسته ای ۳۰ سال است. نمونه ای از این ماده ۱۲۸ میلی گرم جرم دارد، جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می ماند، چقدر است؟	۱
۸	معادله ی لگاریتمی مقابل را حل کنید. $\log(x+3) + \log(x-3) - \log x = 3 \log 2$	۲
۹	مقدار نسبت های مثلثاتی زیر را بدست آورید.	۲,۷۵
	الف) $\sin(300^\circ)$ ب) $\cos\left(\frac{9\pi}{4}\right)$ پ) $\tan(-150^\circ)$ ت) $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$	
۱۰	نمودار تابع مقابل را رسم کنید. $y = 1 - \cos x \quad x \in [0, 2\pi]$	۱,۲۵
۱۱	با توجه به دامنه ی تابع، در مورد حد راست تابع $f(x) = \frac{x}{[x]-2}$ در نقطه ی $x = 2$ چه می توان گفت؟	۰,۷۵
۱۲	مقدار b را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x = -1$ حد داشته باشد. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + [x]}{ x } & x < -1 \\ 3x + b & x > -1 \end{cases}$	۱

نمره	محل مهر یا امضاء مدیر	ادامه ی سؤالات	نمره
۰,۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 3x}$	مقدار حدهای زیر را بیابید.	۱۳
۱,۲۵	ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$		
۱	پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}$		
۱,۲۵	$k(x) = ([x] - a)[x]$	مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد.	۱۴
صفحه ی ۲ از ۲			

جمع بارم : ۲۰ نمره

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱		$1.02, 1.08, \dots, 996 \rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 996 = 1.02 + (n-1)(6) \rightarrow n = 150$ $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow S_{150} = \frac{150}{2}(1.02 + 996) \rightarrow S_{150} = 82350$
۲		$4 - x^2 = t \rightarrow t^2 - t - 12 = 0 \rightarrow (t-4)(t+3) = 0$ $\rightarrow \begin{cases} t=4 \rightarrow 4 - x^2 = 4 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ t=-3 \rightarrow 4 - x^2 = -3 \rightarrow x^2 = 7 \rightarrow x = \pm\sqrt{7} \end{cases}$
۳		
۴		$d = \frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow 2 = \frac{ a + 8 - 1 }{\sqrt{a^2 + 16}} \rightarrow 2\sqrt{a^2 + 16} = a + 7 \rightarrow 4(a^2 + 16) = a^2 + 49 + 14a$ $3a^2 - 14a + 15 = 0 \rightarrow a = 3, a = \frac{5}{3}$
۵		 <p>چون تابع یک به یک است، پس وارون پذیر است.</p>
۶		$y = \sqrt{x+2} - 3 \rightarrow y+3 = \sqrt{x+2} \rightarrow x+2 = (y+3)^2 \rightarrow x = (y+3)^2 - 2$ $f^{-1}(x) = (x+3)^2 - 2, D_{f^{-1}} = [-3, +\infty)$ $D_f = [1, +\infty), D_g = R, D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid x^2 + 3 \in [1, +\infty)\} = R$ بدیهی $x^2 + 3 \geq 1 \rightarrow x^2 \geq -2$
		$f \circ g(x) = f[g(x)] = \sqrt{x^2 + 2}$

$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^t \rightarrow m(300) = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^{300} = 2^7 \cdot \frac{1}{2^{300}} \rightarrow m(300) = \frac{1}{8} = 0.125 \text{ گرم}$	۷
$\log(x+3) + \log(x-3) - \log x = 3 \log 2 \rightarrow \log \frac{(x+3)(x-3)}{x} = \log 2^3 \rightarrow x^2 - 9 = 8x$ $\rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow x = -1 \text{ ق ق } , x = 9 \text{ ق ق}$	۸
<p>الف) $\sin(300^\circ) = \sin(360^\circ - 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$</p> <p>ب) $\cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>پ) $\tan(-150^\circ) = -\tan(150^\circ) = -\tan(180^\circ - 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$</p> <p>ت) $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$</p>	۹
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>$y = \cos x$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$y = -\cos x$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$y = 1 - \cos x = 1 - \cos x$</p> </div> </div>	۱۰
$[x] - 2 = 0 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow x \in [2, 3) \rightarrow D_f = (-\infty, 2) \cup [3, +\infty)$ <p>چون تابع در همسایگی راست نقطه ی ۲ تعریف نشده است، پس تابع در این نقطه حد ندارد.</p>	۱۱
$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \frac{1-2}{1} = -1$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -3 + b$ $\rightarrow -3 + b = -1 \rightarrow b = 2$	۱۲
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x-1)}{3x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-1}{3x} = 1$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - x)(\sqrt{x} + 1)}{(x-1)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)(\sqrt{x} + 1)}{(x-1)(x + \sqrt{x})} = 1$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4}}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)}{\cos x - \sin x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$</p>	۱۳

$$k(x) = ([x] - a)[x] \quad x = 1$$

$$k(1) = (1 - a)(1) = 1 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow (1)^+} k(x) = (1 - a)(1) = 1 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow (1)^-} k(x) = (\cdot - a)(\cdot) = \cdot$$

$$\text{چون } k(1) = \lim_{x \rightarrow (1)^-} k(x) = \lim_{x \rightarrow (1)^+} k(x) \rightarrow 1 - a = \cdot \rightarrow a = 1$$