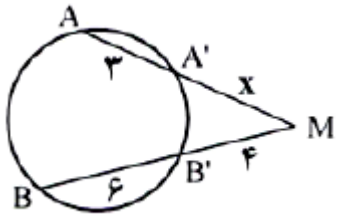
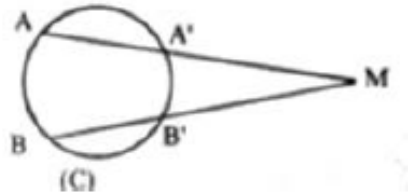
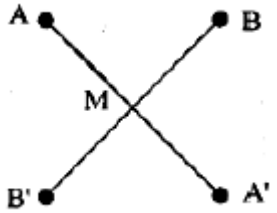
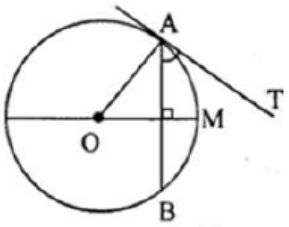
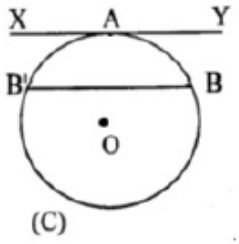
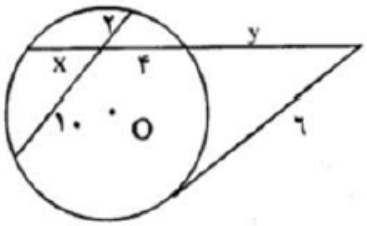
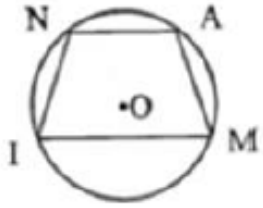
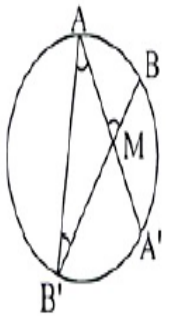
نمره	« سؤالات »	ردیف
	واژه های زیر را تعریف کنید: چند ضلعی محیطی چند ضلعی محاطی	۱
	در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید.  	۲
	قضیه :ثابت کنید اندازهٔ زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود، برابر نصف مجموع اندازهٔ دو کمانی از دایره است که به ضلع ها و امتداد ضلع های آن زاویه محدودند.	۳
	دو دایره به شعاع ۱ و ۴ سانتی متر، مماس برون هستند. مقدار x را را چنان بیابید که اندازهٔ مماس مشترک خارجی آنها برابر ۳x+۱ باشد.	۴
	ثابت کنید اگر امتداد وترهای AA′ و BB′ از دایرهٔ (C) یکدیگر را در نقطه ی M قطع کنند داریم: MA × MA′ = MB × MB′  	۵
	عکس قضیه :ثابت کنید اگر دو پاره خط AA′ BB′ در نقطه ی M یکدیگر را طوری قطع کنند که MA × MA′ = MB × MB ، آنگاه چهار نقطه ی A, A′,B, B′ روی یک دایره اند.  	۶
	دایره ی C(O,۵) و نقطه ی M به فاصله ی $۵\sqrt{۲}$ از مرکز دایره ی C داده شده است.MT و MT′ در نقاط T وT′ بر این دایره مماسند. الف- طول مماس های MT و MT′ را به دست آورید. ب- نوع چهارضلعی OTMT′ را با ذکر دلیل مشخص کنید.	۷
	زاویهٔ ظلی ***T AB در دایره ای به مرکز O داده شده است :*** با استفاده از ویژگی قطر عمود بر وتر، ثابت کنید که $T\hat{A}B = \frac{\widehat{AB}}{۲}$  	۸

۹	قضیه :ثابت کنید اگر از یک نقطه، یک مماس و یک قاطع نسبت به یک دایره رسم کنیم، قطعه ای از خط مماس محصور بین آن نقطه و نقطهٔ تماس، واسطهٔ هندسی بین دو قطعه قاطع است.	
۱۰	خط xy در نقطه ی A بر دایره ی (C) مماس است.وتر BB' از دایره را موازی xy رسم کرده ایم. ثابت کنید : $\widehat{AB} = \widehat{AB'}$  	
۱۱	در شکل زیر مقادیر x و y را بدست آورید.  	
۱۲	در دایره ی (O) چهارضلعی AMIN محاط شده است و داریم : NI = AM نشان دهید : AN || MI  	
	موفق باشید	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
	هرگاه همهٔ ضلع های یک چندضلعی بر یک دایره مماس باشند، چندضلعی را محیطی می نامند. (۰/۵) اگر همهٔ رأس‌های یک چند ضلعی روی یک دایره قرار داشته باشند، آن چند ضلعی محاطی نامیده می‌شود. (۰/۲۵)	۱
	$x(x+۳)=۴\times ۱۰$ (۰/۵) $\Rightarrow x^۲+۳x-۴۰=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۵ \quad (\text{ق ق}) \quad (۰/۲۵) \\ x=-۸ \quad (\text{غ ق ق}) \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	۲
	وترهای AA' و BB' از دایرهٔ C در نقطهٔ M یکـدیگر را قطع کرده اند. پاره‌خط AB' را رسم می کنیم. زاویه هـای $AB'B$ و $A'AB'$ محاطی هستند. (۰/۲۵) $\begin{cases} A\hat{B'}B=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲} \\ A'\hat{A}B'=\frac{\overset{\frown}{A'B'}}{۲} \end{cases}$ $A\hat{M}B=A\hat{B'}B+A'\hat{A}B'$ (۰/۲۵) (زاویهٔ خارجی مثلث $\overset{\Delta}{AMB'}$) رسم شکل (۰/۲۵) $\Rightarrow A\hat{M}B=\frac{\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{A'B'}}{۲}$ (۰/۲۵)  	۳
	$\begin{matrix} R=۴ \\ R'=۱ \end{matrix} \Rightarrow d=۵$ (۰/۲۵) $\quad TT'=\sqrt{d^۲-(R-R')^۲}$ (۰/۲۵) $۳x+۱=\sqrt{۵^۲-(۴-۱)^۲}$ $۳x+۱=\sqrt{۲۵-۹}=\sqrt{۱۶}=۴$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x=۱$ (۰/۲۵)	۴

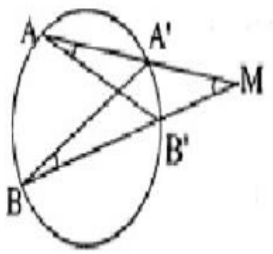
۵

ابتدا A را به B و B را به A' وصل می‌کنیم. دو مثلث $A'MB, AMB'$ متشابه‌اند، (۰/۲۵) زیرا:

$$\begin{cases} \text{زاویه محاطی } \hat{A} = \hat{B} = \frac{\overset{\frown}{A'B'}}{۲} (۰/۵) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} (۰/۲۵) \Rightarrow \\ \hat{M} \text{ مشترک} \end{cases}$$

$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

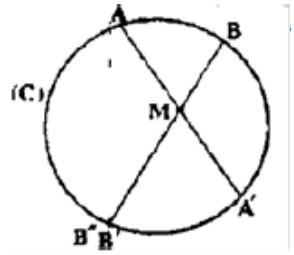
رسم شکل (۰/۲۵)



۶

بر سه نقطهٔ A، B و A' یک دایره می گذرانیم (دایرهٔ C) اگر این دایره از نقطهٔ B' بگذرد، حکم ثابت است (۰/۲۵). اما اگر این دایره از B' نگذرد، خط MB را در نقطهٔ دیگری مانند B'' قطع خواهد کرد. در این صورت خواهیم داشت: $MA \times MA' = MB \times MB''$ (۰/۲۵) از مقایسهٔ این رابطه با فرض قضیه، نتیجه می شود $MB' = MB''$ (۰/۲۵) و این نشان می دهد که B'' بر B' منطبق است (۰/۲۵) ؛ یعنی دایره ای که بر سه نقطهٔ A، B و A' می گذرد. پس چهار نقطهٔ A، B، A' و B' روی یک دایره واقع هستند.

رسم شکل (۰/۲۵)



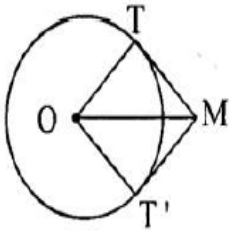
۷

الف

$$\overset{\Delta}{OTM} : OT \perp MT \Rightarrow O\hat{T}M = ۹۰^\circ \ (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow MT = \sqrt{OM^۲ - OT^۲} = \sqrt{۵۰ - ۲۵} = ۵ \ (۰/۲۵) \Rightarrow MT = MT' = ۵ \ (۰/۲۵)$$

رسم شکل (۰/۲۵)



ب

$$\left.\begin{array}{r} MT = MT' = OT = OT' = ۵ \\ T = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow OTMT'$$

(۰/۲۵) مربع است

۸

زاویهٔ ظلی $B\hat{A}T$ را در دایره ای به مرکز O در نظر می‌گیریم. شعاع OA از این دایره را رسم می‌کنیم. می‌دانیم شعاع در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است. پس

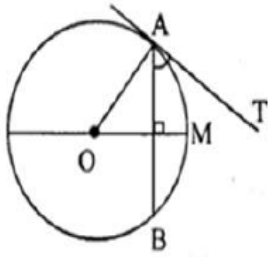
$O\hat{A}B + B\hat{A}T = ۹۰^\circ$ (۱) (۰/۲۵)

قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را نصف می‌کند.

پس $\widehat{AM} = \frac{\widehat{AB}}{۲}$ (۰/۲۵) و اندازهٔ زاویهٔ مرکزی $A\hat{O}M = \widehat{AM} = \frac{\widehat{AB}}{۲}$ (۰/۲۵)(۲)

از طرفی (۳) (۰/۲۵) $O\hat{A}B + A\hat{O}M = ۹۰^\circ$

از رابطهٔ (۱) و (۳) نتیجه می‌شود $B\hat{A}T + A\hat{O}M$(۰/۲۵) با توجه به (۲) نتیجه می‌شود $B\hat{A}T = \frac{\widehat{AB}}{۲}$(۰/۲۵)



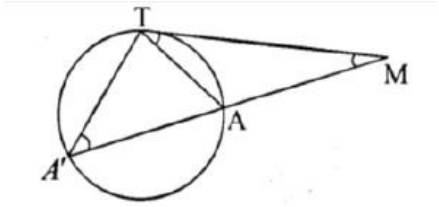
۹

برهان: دایرهٔ C و نقطهٔ M را خارج آن در نظر می‌گیریم. مماس MT و قاطع MAA' را نسبت به این دایره رسم می‌کنیم. از T به A و A' وصل می‌کنیم.

دو مثلث $\overset{\Delta}{MAT}$ و $\overset{\Delta}{MA'T}$ متشابه‌اند زیرا:

$$\left.\begin{array}{l} A\hat{T}M = A\hat{A'}T = \frac{\widehat{AT}}{۲} \\ \hat{M} = \hat{M} \end{array}\right\} (۰/۵) \Rightarrow \frac{MT}{MA} = \frac{MA'}{MT} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow MT^۲ = MA.MA' \ (۰/۲۵)$$



رسم شکل (۰/۲۵)

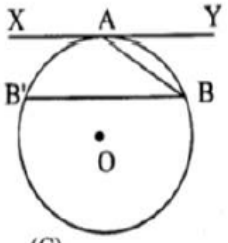
۱۰

A را به B وصل می‌کنیم. زاویهٔ BAY ظلی و زاویهٔ ABB'محاطی هستند. بنابراین:

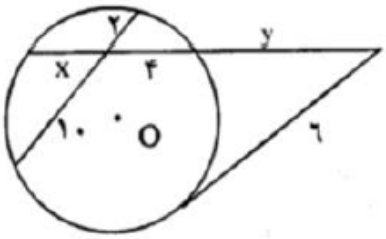
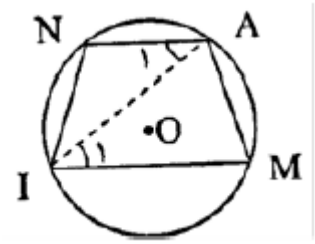
$A\hat{B}B' = \frac{\widehat{AB'}}{۲}$ (۰/۲۵), $B\hat{A}Y = \frac{\widehat{AB}}{۲}$ (۰/۲۵)

با توجه به فرض $BB' \parallel XY$ و AB مورب، پس

$A\hat{B}B' = B\hat{A}Y$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AB'}$ (۰/۲۵)



(C)

	$۴ \times x = ۲ \times ۱۰ (۰/۲۵) \Rightarrow x = ۵ \quad (۰/۲۵)$ $۶^۲ = y(y+۹)\ (۰/۲۵) \Rightarrow y^۲ + ۹y - ۳۶ = ۰ \Rightarrow y = ۳\ (۰/۲۵)$  	۱۱
	از A به I وصل می‌کنیم (۰/۲۵) با توجه به رابطهٔ $AM = NI$ نتیجه می‌گیریم $\widehat{AM} = \widehat{NI}$ (۰/۲۵). داریم: $\begin{cases} \hat{A}_۱ = \frac{\widehat{NI}}{۲} \\ \hat{I}_۱ = \frac{\widehat{AM}}{۲} \end{cases}$ زاویه محاطی (۰/۵) $\rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{I}_۱$ (۰/۲۵) طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب $AM \parallel NI$ (۰/۲۵)  	۱۲