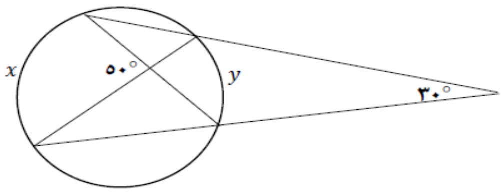
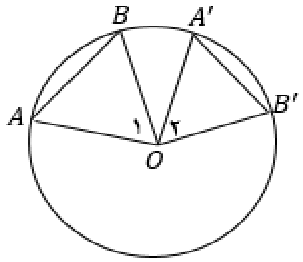
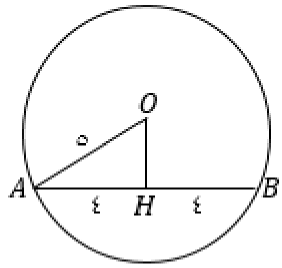
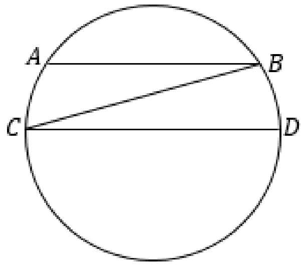
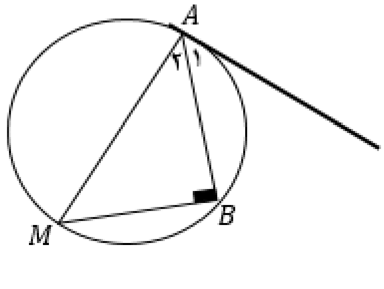
نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:

محل مهر و امضاء مدیر

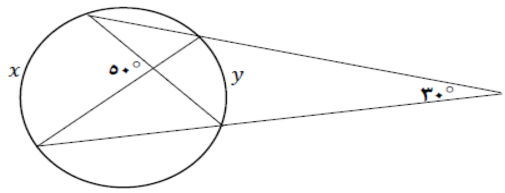
ردیف	سؤالات	بارم
۱	ثابت کنید اگر دو وتر از دایره ای برابر باشند، کمانهای نظیر آنها هم برابرند.	۱
۲	وتر AB به طول ۸ از دایره ی $C(O,۵)$ مفروض است.فاصله ی مرکز دایره از این وتر را بیابید.	۰,۵
۳	ثابت کنید در هر دایره، کمانهای محصور بین دو وتر موازی، برابرند.	۱
۴	ثابت کنید اندازه ی زاویه ی ظلی، نصف کمان روبرو به آن است.	۲
۵	در شکل زیر، مقادیر x و y را بیابید. 	۱
۶	از نقطه ی M خارج دایره، مماس MT و قاطع MAB را نسبت به دایره رسم کرده ایم، اگر $AB = ۸$, $MT = ۲\sqrt{۵}$، طول MA و MB را بیابید.	۱
۷	وضعیت های مختلف دو دایره نسبت به یکدیگر را بیان کنید. (با رسم شکل)	۱,۵
۸	ثابت کنید عمود منصف هر ضلع مثلث و نیمساز زاویه ی روبرو به آن ضلع، در نقطه ای روی دایرهی محیطی مثلث، متقاطع اند.	۱,۵
۹	طول مماس مشترک خارجی دو دایره $۳\sqrt{۷}$ و مماس مشترک داخلی $\sqrt{۱۵}$ و خط المرکزین آنها ۸ واحد است، شعاع های دو دایره را بیابید.	۱,۵
۱۰	ثابت کنید مماس مشترک های داخلی دو دایره و خط المرکزین آنها، همرس اند.	۲
۱۱	در مثلث دلخواه ABC ، ثابت کنید : $\frac{۱}{h_a}+\frac{۱}{h_b}+\frac{۱}{h_c}=\frac{۱}{r}$	۱,۵
۱۲	در مثلث به اضلاع ۷ و ۸ و ۹ طول قطعاتی که دایره ی محاطی خارجی نظیر ضلع بزرگ، روی آن ضلع می سازد را بیابید.	۱,۵
۱۳	ثابت کنید در چهارضلعی محیطی، مجموع اضلاع روبرو، با هم برابر است.	۲
۱۴	ثابت کنید یک ذوزنقه، محاطی است اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد.	۲

جمع بارم : ۲۰ نمره

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱		$\begin{cases} OA = OA' \\ OB = OB' \\ AB = A'B' \end{cases} \to \Delta OAB \cong OA'B'$ (ض ض ض) $\to \widehat{O_{۱}} = \widehat{O_{۲}} \to$ کمان AB = کمان $A'B'$
۲		OH قطر عمود بر وتر است $\to AH = HB = ۴$ ΔOAH : فیثاغورس $\to OH^{۲} + ۴^{۲} = ۵^{۲} \to OH = ۳$
۳	B را به C وصل می کنیم، داریم : 	$(AB \parallel CD), \left(BC\right.$ مورب$\left.\right) \to \hat{B} = \hat{C}$ $\frac{۱}{۲}AC = \frac{۱}{۲}BD \to AC = BD$
۴	قطر AM را رسم می کنیم، داریم : 	$\hat{B} = \frac{۱}{۲}AM = ۹۰ \to \begin{cases} \hat{M} + \widehat{A_{۲}} = ۹۰ \\ \widehat{A_{۱}} + \widehat{A_{۲}} = ۹۰ \end{cases} \to \widehat{A_{۱}} = \hat{M} = \frac{۱}{۲}AB$

۵

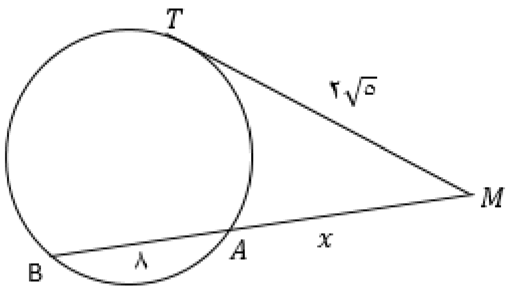
$$\begin{cases} ۵۰ = \frac{۱}{۲}(x+y) \\ ۳۰ = \frac{۱}{۲}(x-y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y = ۱۰۰ \\ x-y = ۶۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = ۸۰ \\ y = ۲۰ \end{cases}$$



۶

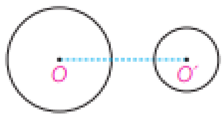
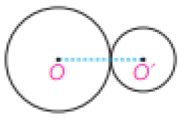
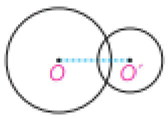
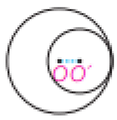
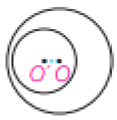
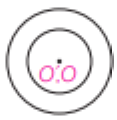
$$MT^۲ = MA.MB \rightarrow ۲۰ = x(x+۸) \rightarrow x^۲ + ۸x - ۲۰ = ۰ \rightarrow (x+۱۰)(x-۲) = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = -۱۰ \ \text{غ ق ق} \\ x = ۲ \ \text{ق ق} \end{cases}$$

$MA = ۲ \, , MB = ۱۰$



۷

دو دایره ی $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ را با خط المرکزین d در نظر می گیریم.

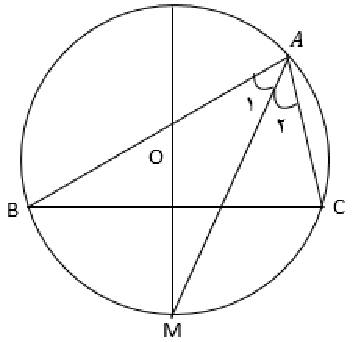
دو دایرهٔ برون هم (متخارج)	$d > R + R'$	
دو دایره مماس برون	$d = R + R'$	
دو دایره متقاطع	$R - R' < d < R + R'$	
دو دایره مماس درون	$d = R - R'$	
دو دایره متداخل	$d < R - R'$	
دایره‌های هم‌مرکز	$d = ۰$	

۸

قطر عمود بر وتر BC را رسم می کنیم پس این قطر، کمان BC را هم نصف می کند و داریم :

$$\begin{cases} \widehat{A_۱} = \frac{۱}{۲} BM \\ \widehat{A_۲} = \frac{۱}{۲} MC \end{cases} \xrightarrow{BM=MC} \widehat{A_۱} = \widehat{A_۲}$$

پس AM نیمساز زاویه ی A است.



۹

دو دایره ی $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ را با خط المرکزین ۸ در نظر می گیریم و فرض می کنیم $R > R'$ داریم :

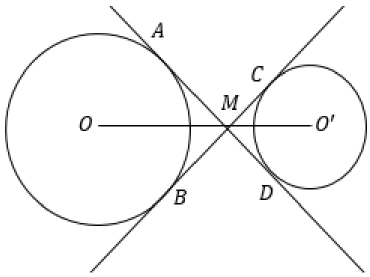
$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = ۳\sqrt{۷} \rightarrow \sqrt{۶۴ - (R - R')^۲} = ۳\sqrt{۷} \rightarrow (R - R')^۲ = ۱ \rightarrow R - R' = ۱$$

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{۱۵} \rightarrow \sqrt{۶۴ - (R + R')^۲} = \sqrt{۱۵} \rightarrow (R + R')^۲ = ۴۹ \rightarrow R + R' = ۷$$

$$\rightarrow R = ۴ \ , R' = ۳$$

۱۰

فرض کنیم مماس مشترک های داخلی در M متقاطع اند، پس از M دو مماس بر هریک از دایره ها رسم شده در نتیجه MO و MO’ نیمسازهای دو زاویه ی AMB و CMD می باشند و چون این دو زاویه متقابل به رأس اند، MO و MO’ در یک امتدادند پس OO’ هم از M می گذرد.



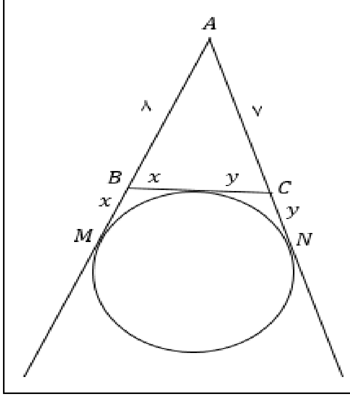
۱۱

$$S = \frac{۱}{۲} a.h_a = \frac{۱}{۲} b.h_b = \frac{۱}{۲} c.h_c$$

$$\rightarrow \frac{۱}{h_a} + \frac{۱}{h_b} + \frac{۱}{h_c} = \frac{a}{۲S} + \frac{b}{۲S} + \frac{c}{۲S} = \frac{a+b+c}{۲S} = \frac{۲P}{۲S} = \frac{P}{S} = \frac{۱}{r}$$

۱۲

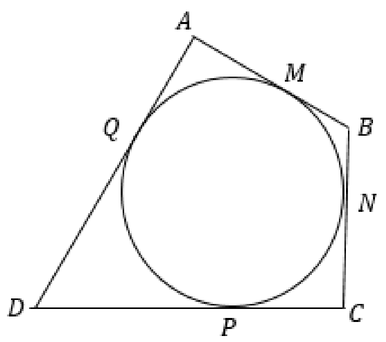
$$\begin{cases} AM = AN \rightarrow ۸ + x = ۷ + y \rightarrow x - y = ۱ \\ BC = ۹ \rightarrow x + y = ۹ \end{cases} \rightarrow x = ۵ \, , y = ۴$$



۱۳

می دانیم اگر از نقطه ای خارج دایره، دو مماس بر آن رسم کنیم، با هم برابرند، پس :

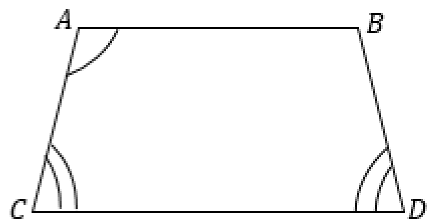
$$AB + CD = AM + MB + CP + PD = AQ + BN + CN + DQ$$
$$= (AQ + DQ) + (BN + CN) = AD + BC$$



۱۴

فرض کنیم ذوزنقه ی ABCD محاطی است پس زاویه های روبرو، مکمل اند و داریم :

$$\begin{cases}\hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰ \\ \hat{A} + \widehat{D} = ۱۸۰\end{cases} \rightarrow \hat{C} = \widehat{D} \rightarrow$$ ذوزنقه متساوی الساقین است



حال فرض کنیم ذوزنقه ی ABCD متساوی الساقین است، داریم :

$$\hat{A} + \widehat{D} = ۱۸۰ \xrightarrow{\hat{C}=\widehat{D}} \hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰ \rightarrow$$ $ABCD$ محاطی است