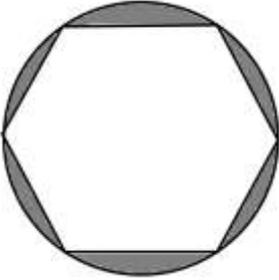
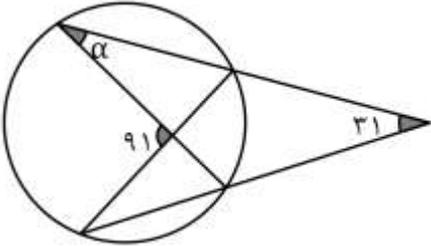
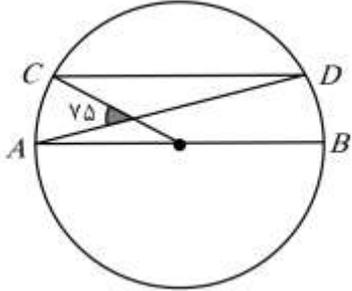
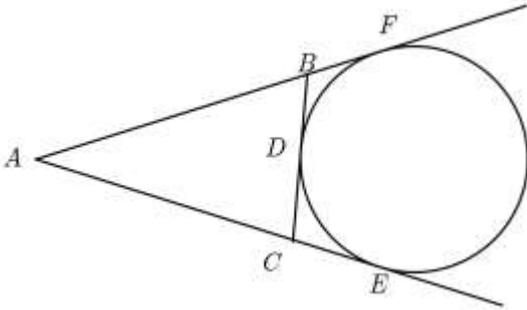
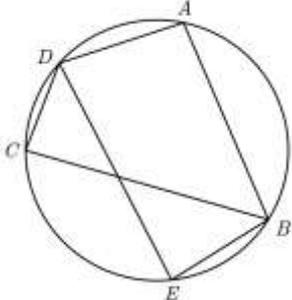


محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
شماره	سؤالات	
۱/۵	<p>جملات زیر را با کلمه مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر فاصله خط <math>d</math> تا مرکز دایره از شعاع کمتر باشد، خط و دایره .....  ب) در دایره ای به شعاع <math>R</math>، قطاعی از دایره زاویه <math>60^\circ</math> درجه است. اگر مساحت قطاع <math>18\pi</math> باشد، طول کمان مربوط به این قطاع ..... است.  ج) مرکز دایره محیطی یک مثلث، محل تلاقی ..... است.  د) ذوزنقه محاطی است اگر و تنها اگر .....  ه) به تبدیلی که طول پاره خط را حفظ میکند ..... میگوییم.  و) زاویه ای که راس آن روی محیط دایره . یک ضلعش وتر دایره و ضلع دیگرش مماس باشد ..... نام دارد.</p>	
۱	<p>در شکل روبرو مساحت قسمت هاشور خورده را بیابید. (شعاع دایره ۴ و شش ضلعی منتظم است)</p> 	
۱	ثابت کنید هر زاویه ظلی نصف کمان روبرویش است.	
۱	از نقطه $P$ بیرون دایره، دو مماس بر دایره $C(O, R)$ رسم میکنیم. ثابت کنید این دو مماس با هم برابرند.	
۱	ثابت کنید اگر از نقطه $M$ خارج دایره مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصلضرب اندازه های دو قطعه قاطع	
۱/۵	اگر طول خط المکزین دو دایره $C(O, 7), C'(O', 23)$ برابر ۳۴ باشد، طول مماس مشترک خارجی این دو دایره از طول مماس مشترک داخلی آنها چقدر بزرگ تر است؟	
۱	در دایره ای به شعاع $2m$ ، وتر $\overline{AB} = 4m - 8$ ، به فاصله $m + 3$ از مرکز دایره قرار دارد. $m$ را بیابید.	
صفحه ی ۱ از ۳		

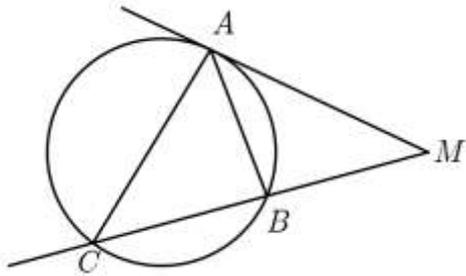
۱	ثابت کنید شعاع دایره محاطی داخلی هر مثلث برابر $r = \frac{S}{p}$ است.	۸
۱	<p>اندازه <math>\alpha</math> را بدست آورید.</p> 	۹
۱	<p>در دایره رسم شده شکل مقابل <math>CD \parallel AB</math>. اندازه کمان <math>CD</math> را بدست آورید.</p> 	۱۰
۱/۵	<p>مثلث <math>ABC</math> مفروض است. دایره ای بر ضلع <math>BC</math> در نقطه <math>D</math> و بر امتداد اضلاع <math>AC, AB</math> به ترتیب در نقاط <math>F, E</math> مماس است. ثابت کنید محیط مثلث برابر است با <math>2AE</math>.</p> 	۱۱
۱	سه نیمساز داخلی یک چهارضلعی از یک نقطه میگذرند و اندازه سه ضلع متوالی آن به ترتیب $۷۲, ۱۰۷$ و $۹۱$ می باشد. اندازه ضلع چهارم کدام است؟	۱۲
۱	<p>نقطه <math>M</math> خارج دایره مفروض است. اگر فاصله دورترین و نزدیک ترین نقطه های دایره از <math>M</math> به ترتیب <math>\sqrt{27}, 9\sqrt{3}</math> باشند، طول مماسی که از <math>M</math> نسبت به دایره رسم می شود کدامست؟</p>	۱۳
۱	<p>در شکل مقابل <math>\hat{A} = 3x, \hat{E} = 2x + 5</math>. اندازه <math>\hat{DCB}</math> چند درجه است؟</p> 	۱۴

۱	تبدیل $F(x, y) = (6x - 3y + 4, 5x - 2y + 4)$ چند نقطه ثابت دارد؟	۱۵
۱	اگر $F(x, y) = (y, x - 1)$ و $G(x, y) = (3x, 2y - 1)$ ، آنگاه تصویر نقطه $A(1, 2)$ تحت تبدیل $F \circ G$ چه نقطه ای است؟	۱۶
۱/۵	خط به معادله $2x - 3y = 2$ را تحت تبدیل $T(x, y) = (2x - y, -x + y)$ تصویر می کنیم. خط به معادله $ax + by + 2 = 0$ به دست می آید. حاصل $a + b$ کدام است؟	۱۷
۱	تصویر نقطه $A(3, 1)$ نسبت به خط $y - x - 6 = 0$ نقطه $A'(a, b)$ است. $A'$ را بیابید.	۱۸
صفحه ۳ از ۳		

جمع بارم : ۲۰ نمره

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضا، مدیر
۱	الف) متقاطعند ج) عمود منصف ها د) زوایای مقابل مکمل باشند. ه) ایزومتری و) ظلی	$R = 6\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{6}R = \sqrt{3}$ (ب)
۲		$S = \pi \times 4^2 - \frac{6\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 16\pi - 24\sqrt{3}$ شش ضلعی - $S$ دایره
۳	حکم: $\hat{A}_1 = \frac{AB}{2}$ از نقطه $A$ ، قطر $AC$ را رسم میکنیم. $d$ مماس $\Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_r = 90^\circ$ $\hat{B} = \frac{AC}{2} = 90^\circ \Rightarrow C + A_r = 90^\circ$ از دو رابطه فوق داریم: $A_1 = C = \frac{AB}{2}$	
۴	فرض: $AB, AC$ مماسند. حکم: $AB = AC$	

$$\begin{cases} OB = OC \\ OA = OA \xrightarrow{\text{وض}} OAB \cong OAC \Rightarrow AB = AC \\ B = C = 90^\circ \end{cases}$$



$$\begin{cases} M = M \\ A = C = \frac{AB}{2} \rightarrow MAB \sim MAC \\ \Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MB}{MA} \Rightarrow MA^2 = MB \times MC \end{cases}$$

۵

$$\text{خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{900} = 30$$

$$\text{داخلی} = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{256} = 16$$

$$30 - 16 = 14$$

۶

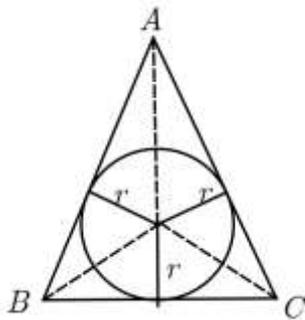
$$(2m)^2 = (2m - 4)^2 + (m + 3)^2$$

$$\Rightarrow 4m^2 = 4m^2 - 16m + 16 + m^2 + 6m + 9$$

$$m^2 - 10m + 25 = 0$$

$$(m - 5)^2 = 0 \Rightarrow m = 5$$

۷



$$S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OAC}$$

$$S = \frac{1}{2}r \times AB + \frac{1}{2}r \times BC + \frac{1}{2}r \times AC$$

$$S = \frac{1}{2}r \times (AB + BC + AC)$$

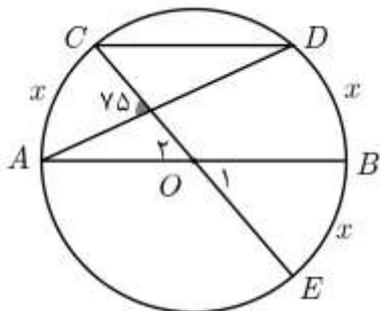
$$S = r \times P \Rightarrow r = \frac{S}{P}$$

۸

$$\left. \begin{aligned} \frac{CD + AB}{2} = 91 \Rightarrow CD + AB = 182 \\ \frac{CD - AB}{2} = 31 \Rightarrow CD - AB = 62 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow AB = 60 \Rightarrow \alpha = \frac{AB}{2} = 30$$

۹



$$CD \parallel AB \Rightarrow AC = BD - x$$

$$\text{از طرفی } O_1 = O_2 = x \Rightarrow BE = x$$

$$\Rightarrow 75 = \frac{x + 2x}{2} \Rightarrow 3x = 150 \Rightarrow x = 50$$

$$AB = 180 = 2x + CD \Rightarrow CD = 80$$

۱۰

بنا بر خاصیت برابری خطوط مماس :  $BF = BD$  ,  $DC = CE$  ,  $AF = A$

$$\Rightarrow \text{محیط} = AB + BC + AC = AB + BD + DC + AC = AB + BF + CE + AC$$

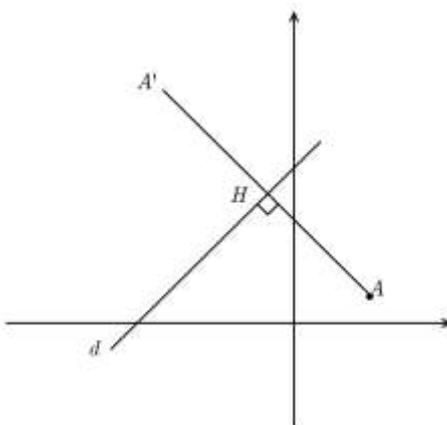
$$\Rightarrow \text{محیط} = AF + AE = 2AE$$

۱۱

چهارضلعی محیطی است پس :  $AB + CD = AD + BC$

$$\text{پس: } 72 + 91 = 107 + x \Rightarrow x = 56$$

۱۲

$2R = 9\sqrt{3} - \sqrt{27} = 6\sqrt{3}$ $\rightarrow (6\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{3})^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = 9$	۱۳
$3x + 2x + 5 = 180 \Rightarrow x = 35$ <p style="text-align: center;">محاظی: ABED</p> $\widehat{DCB} = \widehat{DEB} = 2x + 5 = 75$	۱۴
$\begin{cases} 6x - 3y + 4 = x \\ 5x - 2y + 4 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -4 \\ 5x - 3y = -4 \end{cases} \Rightarrow$ <p style="text-align: right;">بیشمار نقطه ثابت دارد.</p>	۱۵
$G(1, 2) = (3, 3) \Rightarrow F(3, 3) = (3, 2)$	۱۶
$x' = 2x - y$ $y' = -x + y$ <hr style="width: 10%; margin-left: 0;"/> $\Rightarrow x' + y' = x$ $\Rightarrow y' = -x' - y' + y \Rightarrow y = 2y' + x'$ $\Rightarrow 2x - 3y = 2 \Rightarrow 2x' + 2y' - 6y' - 3x' = 2$ $\Rightarrow x' + 4y' + 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \quad b = 4 \Rightarrow a + b = 5$	۱۷
$A'(a, b)$ $AA' \perp d \Rightarrow m_{AA'} = -1 \Rightarrow \frac{1-b}{3-a} = -1 \Rightarrow a + b = 4$ $H\left(\frac{3+a}{2}, \frac{1+b}{2}\right) \in d \Rightarrow \frac{1+b}{2} = \frac{3+a}{2} + 6 \Rightarrow b - a = 14$ <p>از حل دستگاه فوق مختصات <math>A'</math> به دست می آید: <math>A'(a = -5, b = 9)</math></p> 	۱۸
<p style="text-align: center;">نام و نام خانوادگی مصحح : امضا::</p>	<p style="text-align: center;">جمع بارم : ۲۰ نمره</p>