

نوبت	« سوالات »	نوبت
۱	نقاط $(0, 1)$ و $(-2, 3)$ دو راس مقابله از مربعی هستند. مساحت مربع را بیابید.	۱
۱	مثلث با رئوس $A \left  -1, 1 \right , B \left  1, 3 \right , C \left  1, -1 \right $ مفروض است. معادله میانه $CM$ را بدست آورید.	۲
۱	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>(الف) <math>(x^2 + x)^2 + x^2 + x - 6 = 0</math></p> <p>(ب) <math>2\sqrt{X} = \sqrt{5X - 1}</math></p>	۳
۱	اگر $x = 5$ یکی از ریشه های معادله $kx^2 - 4x - 12 = 0$ باشد، $k$ را یافته و سپس ریشه دیگر را بدست آورید.	۴
۱	دو عدد مثبت چنان بیابید که مجموع اولی با دو برابر دومی برابر $24$ و حاصل ضرب آنها ماقزیم شود.	۵

۶

اگر پاره خط  $PQ = 7$  باشد، آنگاه با رسم شکل مناسب به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) مکان هندسی نقاطی را مشخص کنید که از پاره خط  $PQ$  به فاصله ۲ واحد باشد.

ب) چند نقطه وجود دارد که از  $P$  به فاصله ۴ و از  $Q$  به فاصله ۵ واحد باشد؟

۱

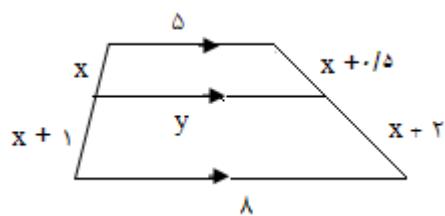
با رسم شکل ثابت کنید فاصله هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه برابر است.

۷

۱,۵

در شکل مقابل،  $x$  و  $y$  را محاسبه کنید.

۸



۱

در هر قسمت، مورد خواسته شده را بنویسید.

۹

الف) اگر زاویه های مقابل در یک چهار ضلعی مکمل هم باشند، راس های آن چهار ضلعی روی محیط یک دایره قرار می گیرند.

عکس قضیه: ....

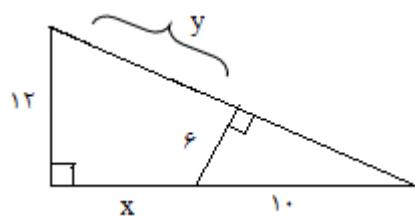
ب) به ازای همه مقادیر طبیعی  $n$ ،  $n^3 - 3n^2 + 4n$  عددی اول است.

مثال نقض: ....

۱

در مثلث قائم الزاویه روبرو مقادیر  $x$  و  $y$  را بدست آورید.

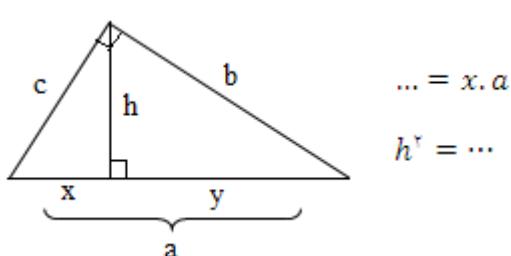
۱۰



۰,۵

با توجه به شکل مقابل، جاهای خالی را کامل کنید.

۱۱



۱۲

دامنه توابع زیر را بدست آورید.

۱

$$y = \frac{6-x}{[x]+[-x]} \quad (\text{الف})$$

$$y = \frac{\sqrt{-x^2+4}}{|x|-1} \quad (\text{ب})$$

۱۳

بررسی کنید آیا دو تابع  $f(x)$  و  $g(x)$  با هم مساوی‌اند؟ چرا؟

۱

نمودار تابع  $y = -[x] + 2$  را در بازه  $[0, 2]$  رسم کنید.

۱۴

۱,۵

بررسی کنید آیا تابع  $f(x) = 1 - 2\sqrt{x+1}$  یک به یک است؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، ضابطه تابع وارون را بدست آورید.

۱۵

۱,۵

اگر  $1 < x < 2$  باشد، آنگاه:

۱۶

(الف) دامنه را بدست آورده و ضابطه آن را تشکیل دهید.

ب) مقدار  $(7f + 4g)(3f + 4g)$  را محاسبه کنید.

۱۷

آیا می‌توان با زوایای  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$  یک مثلث ساخت؟ چرا؟

۱

۱۸

متحرکی از نقطه A روی دایره به نقطه B می‌رود. اگر شعاع دایره ۱۵ سانتی متر باشد، مقدار مسافتی که متحرک پیموده است را بدست آورید.



ردیف	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	$AB = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2} = \sqrt{(1+2)^2 + (-1-3)^2}$ $= \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$ $S = \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{18}}{2} = 9$	۱
۲	$M = \begin{vmatrix} 1+3 & 2 \\ 2 & 1-1 \\ 1-1 & 2 \end{vmatrix} \rightarrow M = \frac{1-0}{3-2} = \frac{+1}{2}$ $y = \frac{1}{2}x - 1$	۲
۳	<p>الف) ریشه ندارد.</p> $x^2 + x = t \rightarrow t^2 + t - 6 = 0 \rightarrow (t+3)(t-2) = 0 \rightarrow t = 2, t = -3$ $x^2 + x = 2 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \rightarrow x = -2, x = 1$ $x^2 + x = -4 \rightarrow x^2 + x + 4 = 0 \rightarrow \Delta < 0$ <p>(ب)</p> $2\sqrt{x} = \sqrt{5x-1} \rightarrow 4x = 5x-1 \rightarrow x = 1$	۳
۴	$\frac{k-12}{5} = -4 \rightarrow \frac{k}{5} = 2 \rightarrow k = 10$ $\frac{10}{x} - \frac{12}{x-3} = -4 \rightarrow 10(x-3) - 12x = -4x(x-3)$ $10x - 30 - 12x = -4x^2 + 12x$ $4x^2 + 12x - 30 = 0 \rightarrow x = 5, x = \frac{-3}{2}$	۴
۵	$x + 2y = 24$ $x = 24 - 2y$ $xy = (24 - 2y)y = -2y^2 + 24y$ $y = \frac{-24}{-4} = 6 \rightarrow x = 12$	۵
۶	در پاره خط موازی $PQ$ به فاصله ۲ سانتی متر	۶
۷	$\angle O_1 = \angle O_2$ $OM$ $\angle H = \angle H' = 90^\circ \Rightarrow OM\hat{H} = OM\hat{H}' \Rightarrow MH = MH$	۷

۱.۵	$\frac{X}{X+1} = \frac{X+1/5}{X+2} \Rightarrow X^2 + 2X = X^2 + 1/5X + 1/5$ $1/5X = 1/5 \rightarrow X = 1$ $\frac{M}{5} = \frac{2}{3} \rightarrow M = \frac{10}{3}$ $\frac{N}{8} = \frac{1/5}{4/5} \Rightarrow N = \frac{8}{3}$	۸
۱	<p>الف) اگر راس های یک چهارضلعی روی محیط یک دایره قرار بگیرند، زاویه های مقابل آن مکمل یکدیگر هستند.</p> <p>ب)</p> $N = 43^\circ \rightarrow 43^\circ - 3(43^\circ) + 43^\circ = 43^\circ(43^\circ - 3 + 1) = 43^\circ q$	۹
۱	<p>دو مثلث با حالت تساوی دو زاویه متشابه هستند.</p> $\frac{6}{12} = \frac{10}{y+a} = \frac{a}{10+x}$ $a = \sqrt{100 - 36} = 8$ $x = 6, y = 12$	۱۰
۰.۵	$c^r = x \cdot a \rightarrow h^r = xy$	۱۱
۱	<p>الف)</p> $-x^2 + 4 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 2$ $ x  - 1 = 0 \rightarrow  x  = 1 \rightarrow x = \pm 1$ $D = [-2, 2] - \{+1, -1\}$ <p>ب)</p> $[X] + [-X] \neq 0 \rightarrow D = R - Z$	۱۲
۱	$D_f : R \rightarrow 1 - \sin^r x \geq 0 \rightarrow \sin^r x \leq 1 \rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \rightarrow D_F : R$ $g(x) =  \cos x  \neq \cos x$ <p>باهم مساوی نیستند.</p>	۱۳
۱	$-2 \leq x < -1 \rightarrow y = -1$ $-1 \leq x < 0 \rightarrow y = 0$ $0 \leq x < 1 \rightarrow y = 1$ $1 \leq x < 2 \rightarrow y = 2$	۱۴
۱.۵	تابع یک یه یک است.	۱۵

$$y = 1 - 2\sqrt{x+1}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x+1} &= 1-y \\ 4x+4 &= (1-y)^2 \end{aligned}$$

$$x = \frac{(1-y)^2 - 4}{4}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{(1-x)^2 - 4}{4}$$

١٦

الف)

$$D_f = R, D_g = x \geq 3, D_{\underline{f}} : D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = x > 3$$

$$\sqrt{x-3} = 0, x = 3$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x-3}}$$

ب)

$$(3f + 4g)(4) = 3f(4) + 4g(4) = 3(6) + 4(2) = 26$$

١

١٧

$$\theta = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}, \theta = \frac{l}{7} \rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{l}{15} \rightarrow l = 10\pi$$

١

١٨

$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} = \frac{2\pi + 3\pi + \pi}{12} = \frac{7\pi}{12} \neq \pi$$

پس نمی توان با این زوایا مثلث ساخت.