

ردیف	سؤالات	نمره
۲	<p>درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (برای موارد نادرست دلیل بیاورید).</p> <p>الف) مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های $(0, 1)$ مجموعه‌ای متناهی است.</p> <p>ب) تعداد افزای‌های یک مجموعه‌ی سه عضوی برابر با شش است.</p> <p>پ) اشتراک مجموعه‌ها دارای خاصیت جابجایی و شرکت‌پذیری است.</p> <p>ت) $\forall x \in \mathbb{R}; \tan x \times \cot x = 1$</p>	۱
۱	<p>ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) $(2 \leq 3 \wedge 3 \leq 2) \Rightarrow 3 = 2$</p> <p>ب) ۲ عدد اول نیست، اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است.</p>	۲
۰/۷۵	<p>اگر گزاره ((بهنام در انتخابات ریاست جمهوری شرکت می‌کند یا صادق از گربه متنفر است)) درست و گزاره ((بهنام در انتخابات ریاست جمهوری شرکت نمی‌کند)) نادرست باشد، آنگاه آیا صادق از گربه متنفر است؟ چرا؟</p>	۳
۱/۲۵	<p>با استفاده از جدول ارزش درستی گزاره‌ها، گزاره‌ی زیر را ثابت کنید.</p> $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$	۴
۱	<p>اگر ۲ عضو به مجموعه‌ی متناهی A اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد افزایش می‌یابد. تعیین کنید A چند عضو دارد؟</p>	۵
۰/۷۵	<p>با روش عضوگیری ثابت کنید: $(A \cap B)' = A' \cup B'$</p>	۶
۱/۵	<p>دو مجموعه‌ی $A = \{2k - 1 \mid k = 0, 1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{m^2 - m + 1 \mid m = 0, 1, 2, 3\}$ مفروضند. مجموعه‌ی $A \cap B$ را به چند طریق می‌توان افزاز کرد به طوری که در این افزازها هیچ دو عدد اولی در یک زیرمجموعه قرار نگیرند.</p>	۷
۱/۵	<p>اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{W}, 2x - 1 \leq 5\}$ باشد، نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را رسم کنید.</p>	۸
۱/۲۵	<p>فرض کنید p, q و r سه گزاره باشند. گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$ در چند حالت از ارزش گزاره‌های p, q و r دارای ارزش درست است؟ توضیح دهید.</p>	۹
۱	<p>اگر دو مجموعه $A = \{1, \sqrt{324}, b\}$ و $B = \{0, 3a + 7, b^2 + 1\}$ با هم برابر باشند، در این صورت مقادیر a و b را بیابید.</p>	۱۰
۰/۵	<p>در کیسه‌ای ۳ توپ قرمز و ۵ توپ آبی متمایز قرار دارد. یک توپ به تصادف از این کیسه انتخاب کرده و پس از مشاهده آن را کنار گذاشته و دوباره توپ دیگری انتخاب می‌کنیم. در انتخاب این دو توپ فضای نمونه‌ای چند عضوی است؟</p>	۱۱

ردیف	سؤالات	نقطه
۱	از بین اعداد ۱ تا ۷ به تصادف سه عدد انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع سه عدد فرد باشد چقدر است؟	۱۲
۱/۵	در ظرفی ۳ مهره سفید و x مهره سیاه وجود دارد. ۲ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. اگر احتمال سیاه بودن هر دو مهره $\frac{5}{14}$ باشد، تعداد مهره‌های سیاه را بیابید.	۱۳
۱	تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم احتمال آن که حاصل ضرب اعداد رو شده بیشتر از ۱۲۵ باشد را بیابید.	۱۴
۲	از بین اعداد دو رقمی عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد حاصل مضرب ۵ باشد ولی مضرب ۲ یا ۳ نباشد چقدر است؟	۱۵
۱/۵	اگر $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ، $P(A' \cap B') = \frac{1}{8}$ و $P(A') = \frac{5}{8}$ باشد، آنگاه $P(B)$ را به دست آورید.	۱۶
۰/۵	احتمال غیرهم‌شانس را تعریف کنید.	۱۷

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر																									
۱	الف) نادرست - نامتناهی است. پ) درست.	ب) نادرست - ۵ افزار وجود دارد. ت) به ازای $x = \frac{k\pi}{2}$ ($k \in Z$)																									
۲	الف) درست ب) $F \Leftrightarrow F$ T																										
۳	P: بهنام در انتخابات ریاست جمهوری شرکت می کند. Q: صادق از گربه متنفر باشد یا نه. $\left. \begin{array}{l} p \vee q \equiv T \\ \sim P \equiv F \Rightarrow P = T \end{array} \right\} \Rightarrow$																										
۴		<table border="1"> <thead> <tr> <th>q</th> <th>q</th> <th>$\sim p$</th> <th>$p \Rightarrow q$</th> <th>$\sim p \vee q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table>	q	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$	T	T	F	T	T	T	F	F	F	F	F	T	T	T	T	F	F	T	T	T
q	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$																							
T	T	F	T	T																							
T	F	F	F	F																							
F	T	T	T	T																							
F	F	T	T	T																							
۵		$n(A) = a$ $2^{a+2} = 2^a + 384 \Rightarrow 2^{a+2} - 2^a = 384 \Rightarrow a = 7$ $\Rightarrow 2^a(4 - 1) = 384 \Rightarrow 2^a = \frac{384}{3} \Rightarrow 2^a = 128$																									
۶		$x \in (A \cap B)' \Leftrightarrow x \notin A \cap B \Leftrightarrow x \notin A \vee x \notin B$ $\Leftrightarrow x \in A' \vee x \in B'$ $\Leftrightarrow x \in A' \cup B'$																									
۷		$A = \{-1, 1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 7\}$ $\Rightarrow A \cap B = \{1, 3, 7\}$ $\rightarrow \{\{1\}, \{3\}, \{7\}\}$ افراز اول																									
۸	پس:	$A = \{x \mid x \in N, x^2 - 5x + 4 < 0\} \Rightarrow$ $A = \{2, 3\}$ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $A \times B = \{(2,0), (2,1), (2,2), (2,3), (3,0), (3,1), (3,2), (3,3)\}$																									

P	q	r	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F
F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	F
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

۹

$$b = 0 \quad , \quad 3a + 7 = 18 \Rightarrow a = \frac{11}{3}$$

۱۰

توپی که در ابتدا انتخاب شده چه آبی و چه قرمز باشد تفاوتی در تعداد اعضای فضای نمونه‌ای جدید حاصل نمی‌کند و

تعداد آن برابر است با:

$$\binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

۱۱

برای این که حاصل جمع ۳ عدد فرد باشد باید هر ۳ عدد فرد باشد یا ۲ عدد زوج و یکی فرد باشد پس داریم:

$$\text{احتمال} = \frac{\binom{4}{3} + \binom{3}{2} \binom{4}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{4 + 3 \times 4}{\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2}}$$

$$= \frac{4 + 12}{35} = \frac{16}{35}$$

۱۲

$$\text{احتمال سیاه بودن هر ۲ مهره} = \frac{\binom{x}{2}}{\binom{3+x}{2}} = \frac{\frac{x!}{(x-2)!2!}}{\frac{(x+3)!}{(x+1)!2!}}$$

$$= \frac{x(x-1)}{(x+3)(x+2)} = \frac{5}{14} \Rightarrow 14x^2 - 14x = 5x^2 + 25x + 30$$

$$9x^2 - 39x - 30 = 0$$

$$3(3x^2 - 13x - 10) = 0$$

$$3x^2 - 13x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 289 \Rightarrow x = \frac{13 \pm \sqrt{289}}{6} \rightarrow x = 5 \text{ ق ق}$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ غ ق ق}$$

۱۳

$$n(s) = 216$$

حداقل یکی از تاس‌ها باید ۶ باشد $\Rightarrow 125 = 5^3$

تاس سوم	تاس دوم	تاس اول
۶	۵	۵
۵	۶	۵
۵	۵	۶
۶	۶	۵
۶	۵	۶
۵	۶	۶
۴	۶	۶
۶	۴	۶
۶	۶	۴

انواع حالت:

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$$

اعدادی دو رقمی که مضرب ۵ هستند ولی مضرب ۲ یا ۳ نیستند؛ ۸۵ و ۶۵ و ۵۵ و ۳۵ و ۲۵ و ۹۵

$$\Rightarrow P(A) = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

$$P(A' \cap B') = \frac{1}{8} \Rightarrow (P(A \cup B))' = \frac{1}{8} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{7}{8}$$

$$P(A') = \frac{5}{8} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{3}{8} + P(B) - \frac{2}{8} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

۱۶ هر گاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه ای $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ احتمال نابرابر داشته باشند، S را فضای نمونه با احتمال غیر هم شانس می‌گوییم.

تعریف در کتاب درسی

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷