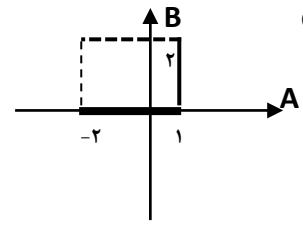
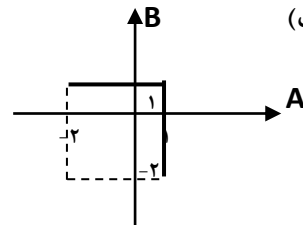
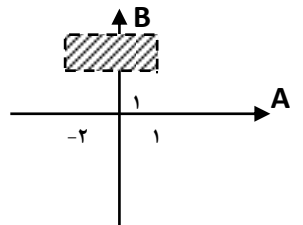


ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) ----- یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد.</p> <p>ب) هر مجموعه نامتناهی دارای ----- زیرمجموعه متناهی است.</p> <p>ج) علم -----، بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم است.</p> <p>د) به هر عضو فضای نمونه ----- می‌گوییم.</p>	۱
۲	<p>گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ با چه گزاره‌ای هم‌ارز است؟</p>	۱
۳	<p>ارزش گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید و سپس <u>نقیض</u> هر یک را بنویسید.</p> <p>الف) $\forall x \in \mathbb{R} \quad \sin x + \cos x = 1$</p> <p>ب) $\exists x \in \mathbb{N}; \forall y \in \mathbb{N} \quad x > y$</p> <p>ج) $\forall x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} \geq 2$</p>	۱/۵
۴	<p>ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد، آنگاه n مضرب ۳ است.</p>	۱
۵	<p>اگر گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim p)$ نادرست باشد، مطلوب است ارزش گزاره‌های:</p> <p>الف) $p \wedge q$</p> <p>ب) $\sim p \vee q$</p> <p>ج) $\sim p \Rightarrow \sim q$</p>	۱/۵
صفحه ی ۱ از ۴		

۱/۵	<p>۶ مجموعه متناهی A را در نظر بگیرید. اگر ۲ عضو به اعضای A اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۴۸ واحد افزایش می‌یابد. مطلوب است:</p> <p>الف) تعداد اعضای A</p> <p>ب) تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی A</p> <p>ج) تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی و سره مجموعه A</p>
۱/۵	<p>۷ مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ را در نظر بگیرید. تعداد افزایش‌های زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) شامل مجموعه‌های دو عضوی و سه عضوی باشد.</p> <p>ب) حداقل یک مجموعه‌ی دو عضوی داشته باشد.</p>
۱	<p>۸ مجموعه‌های A و B و C و D با مرجع U را در نظر بگیرید. به روش عضوگیری ثابت کنید اگر $C \subseteq D, A \subseteq B$ آنگاه:</p> <p>الف) $A \cap C \subseteq B \cap D$</p> <p>ب) $A \cap C \subseteq B \cup D$</p>
۲	<p>۹ به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:</p> <p>الف) $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] = A$</p> <p>ب) $[(A \cap B) - A] \cup [(A \cup B) - B] = A - B$</p>
صفحه ی ۲ از ۴	

۱	<p>۱۰ اگر $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{b, c, e, f, g\}$، مجموعه $A^2 \cup B^2$ چند عضو دارد؟</p>	۱۰
۱/۵	<p>۱۱ اگر $A = [-2, 1]$ و $B = [0, 2)$ مطلوب است:</p> <p>الف) نمودار $A \times B$</p> <p>ب) نمودار A^2</p> <p>ج) نمودار $A \times B - A^2$</p>	۱۱
۱	<p>۱۲ دو تاس سالم را همزمان باهم پرتاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را بیابید.</p> <p>الف) مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد.</p> <p>ب) مجموع دو عدد رو شده بر ۱۰ بخش پذیر باشد.</p>	۱۲
۱	<p>۱۳ اگر $P(A \cup B') = 0/6$ و $P(A' \cup B) = 0/7$ و $P(A' \cup B') = 0/8$، حاصل $P(A \cup B)$ را بیابید.</p>	۱۳

۱/۵	<p>۱۴ از مجموعه اعداد $\{1, 2, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخابی : الف) بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نباشد. ب) بر ۴ یا بر ۶ بخش پذیر باشد. ج) بر ۴ یا ۶ بخش پذیر باشد ولی بر هر دو بخش پذیر نباشد.</p>	۱۴
۱	<p>۱۵ سه فرد a و b و c در مسابقه‌ای شرکت می‌کنند. اگر احتمال برنده شدن a، ۳ برابر احتمال برد b و احتمال برنده شدن b یا c، ۲ برابر احتمال برد a باشد، با توجه به اینکه مسابقه تنها یک برنده دارد، احتمال برنده شدن c چقدر است؟</p>	۱۵
۱	<p>۱۶ در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد، متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده حداقل ۳ باشد را بدست آورید.</p>	۱۶
صفحه ی ۴ از ۴		

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) گزاره (ب) بی شمار (ج) احتمال (د) برآمد	
۲	$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \equiv \sim p \vee (q \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee F \equiv \sim p$	
۳	الف) نادرست، اگر $x = \pi$ داریم: $\sin \pi + \cos \pi = -1 \neq 1$ نقیض: $\exists x \in \mathbb{R}; \sin \pi + \cos \pi \neq 1$ (ب) نادرست، زیرا مجموعه اعداد طبیعی از بالا کراندار نیست. نقیض: $\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x \leq y$ (ج) نادرست. اگر $x = 0$ نقیض: $\exists x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} < 2$	
۴	مساله را با کمک عکس نقیض آن ثابت می کنیم. فرض می کنیم: $n \neq 3k \rightarrow n^2 \neq 9k^2 = 3(3k^2) \rightarrow n^2 \neq 3k'^2$ $k' \in \mathbb{R}$	
۵	اگر $p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim p)$ نادرست باشد، نتیجه می شود که ارزش p نادرست و ارزش q درست است. الف) $p \wedge q \equiv T$ (ب) $\sim p \vee q \equiv F \vee T \equiv T$ (ج) $(F \Rightarrow T) \equiv T$	
۶	الف) $n(A) = n$ $2^{n+2} = 2^n + 48 \rightarrow 2^n \cdot 2^2 = 2^n + 48 \rightarrow 2^n(4 - 1) = 48 \rightarrow 2^n = 16 \rightarrow n = 4$ (ب) $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$ (ج) $2^4 - 2 = 16 - 2 = 14$	
۷	الف) $\binom{5}{3} = \binom{2}{2} = 10$ (ب) $5 = 3 + 2 \rightarrow$ تعداد ها افراز $= 10$ $5 = 2 + 1 + 2 \rightarrow$ تعداد افرازها $\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{2}\binom{1}{1}}{2!} = 15$ $5 = 2 + 1 + 1 + 1 \rightarrow$ تعداد افرازها $\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{3!} = 10$ تعداد کل افرازها $= 10 + 15 + 10 = 35$	
۸	الف) $\forall x \in A \cap C \rightarrow x \subseteq A \wedge x \subseteq C \xrightarrow{A \subseteq B, C \subseteq D} x \in B \wedge x \in D \rightarrow x \in B \cap D$ (ب) طبق قسمت الف: $A \cap C \subseteq B \cap D$ و می دانیم $B \cap D \subseteq B \cup D$. پس: $\forall x \in A \cap C \rightarrow x \in B \cap D \xrightarrow{B \cap D \subseteq B \cup D} x \in B \cup D$	
۹	الف) $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B' \cap (A \cup B)] = [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [(B' \cap A) \cup (B' \cap B)] =$ $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A \cap (B \cup B') = A$ (ب) $[(A \cap B) - A] \cup [(A \cup B) - B] = [(A \cap B) \cap A'] \cup [(A \cup B) \cap B'] = [(A \cap A') \cap B] \cup$ $[(A \cap B') \cup (B \cap B')] = \emptyset \cup (A \cap B') = A - B$	
۱۰	$n(A) = 3$ $n(B) = 5$ $n(A \cap B) = 2$ $n(A^2 \cup B^3) = n(A^3) + n(B^3) - (n(A \cap B))^2 = 3^2 + 5^2 - 2^2 = 9 + 25 - 4 = 30$	
۱۱	الف)  (الف) (ب)  (ب) (ج)  (ج)	

<p>الف) $n(S) = 36 \quad P(4 \text{ مضرب}) = P(4) + P(8) + P(12) = \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{1}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$</p> <p>ب) $P(10 \text{ بخش پذیر}) = P(10) = \frac{3}{36}$</p>	۱۲
<p>$P(A' \cup B') = 0/8 \rightarrow 1 - P(A \cap B) = 0/8 \rightarrow P(A \cap B) = 0/2$ $(A \cap B)'$</p> <p>$P(A \cup B') = 0/6 \rightarrow 1 - P(A' \cap B) = 0/6 \rightarrow P(B - A) = 0/4$ $(A' \cap B)'$ $B - A$</p> <p>$\rightarrow P(B) - P(A \cap B) = 0/4 \rightarrow P(B) = 0/6$</p> <p>$P(A' \cup B) = 0/7 \rightarrow 1 - P(A \cap B') = 0/7 \rightarrow P(A \cap B') = 0/3 \rightarrow$</p> <p>$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/3 \rightarrow P(A) = 0/5$</p> <p>$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/6 - 0/2 = 0/9$</p>	۱۳
<p>$n(S) = 100$ $B = 6$ بخش پذیر باشد $A = 4$ بخش پذیر باشد</p> <p>الف) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{[100]}{4} - \frac{[100]}{12} = \frac{25-8}{100} = \frac{17}{100}$</p> <p>ب) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{[100]}{4} + \frac{[100]}{6} - \frac{[100]}{12} = \frac{25+16-8}{100} = \frac{33}{100}$</p> <p>ج) $P((A - B) \cup (B - A)) = P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) =$ $\frac{[100]}{4} + \frac{[100]}{6} - 2 \times \frac{[100]}{12} = \frac{25+16-16}{100} = \frac{25}{100}$</p>	۱۴
<p>$P(a) = 3P(b) \quad P(\{b, c\}) = 2P(a)$</p> <p>$P(a) + P(\{b, c\}) = 1 \rightarrow P(a) + 2P(a) = 1 \rightarrow P(a) = \frac{1}{3}$</p> <p>$P(b) = \frac{1}{a} \rightarrow P(c) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$</p>	۱۵
<p>$S = \{1, 2, \dots, 6\}$</p> <p>$P(1) = x, P(2) = 2x, P(3) = 3x, P(4) = 4x, P(5) = 5x, P(6) = 6x$</p> <p>$P(S) = 1 \rightarrow x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{21}$</p> <p>$P(3 \text{ حداقل}) = P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 3x + 4x + 5x + 6x = 18x = 18 \times \frac{1}{21} = \frac{6}{7}$</p>	۱۶