

| ردیف | سؤالات | نمره |
|--|--|------|
| ۲ | جدول ارزش هریک از گزاره های زیر را رسم کنید. الف) $(p \vee q) \Leftrightarrow q$ ب) $(p \vee q) \wedge \sim p$ | ۱ |
| ۲ | با استفاده از جدول ارزش ها، نشان دهید : الف) $p \wedge (q \vee p) \equiv q$ ب) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$ | ۲ |
| ۲ | ثابت کنید اگر n عددی صحیح و n^2 مضرب ۲ باشد، n نیز مضرب ۲ است. | ۳ |
| ۲ | اگر سه عضو از مجموعه A حذف کنیم، از تعداد زیرمجموعه های آن، ۲۲۴ واحد کم می شود، مجموعه A چند زیرمجموعه دارد؟ | ۴ |
| ۲ | اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \cap B = \emptyset$ ، ثابت کنید : $B \subseteq A'$ | ۵ |
| ۲ | درستی روابط زیر را اثبات کنید. الف) $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A$ ب) $(A' \cap B') \cap A = \emptyset$ | ۶ |
| ۲ | عبارت های زیر را ساده کنید : الف) $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$ ب) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$ | ۷ |
| ۲ | اگر $A = \{y + 2, 5, z\}$ و $B = \{x + 1, 4, -2\}$ و $A \times B = B \times A$ ، حدکثر مقدار $x + y + z$ را بیابید. | ۸ |
| ۲ | با استفاده از اصول و قضایای احتمال، درستی گزاره های زیر را اثبات کنید: الف) اگر $B \subseteq A$ ، آن گاه: $P(A - B) = P(A) - P(B)$ ب) اگر $B \subseteq A$ ، آن گاه: $P(B) \leq P(A)$ | ۹ |
| ۲ | عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۲۰۰ انتخاب می کنیم، احتمال های زیر را محاسبه کنید : الف) عدد انتخابی، بر ۲ بخش پذیر باشد. ب) عدد انتخابی، بر ۳ بخش پذیر باشد. ج) عدد انتخابی، بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد. د) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد. ه) عدد انتخابی نه بر ۲ و نه بر ۳ بخش پذیر باشد. | ۱۰ |
| موفق و مؤید باشید زمانی نژاد | | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | محل مهر یا امضاء مدیر | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|--|-----------------------|--------------------------------|-----------------------|-----------------------------------|------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| ۱ | <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$\sim p$</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$(p \vee q) \wedge \sim p$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> </tbody> </table> | p | q | $\sim p$ | $p \vee q$ | $(p \vee q) \wedge \sim p$ | د | د | ن | د | ن | د | ن | ن | د | ن | ن | د | د | د | د | ن | ن | د | ن | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | p | q | $\sim p$ | $p \vee q$ | $(p \vee q) \wedge \sim p$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | د | ن | د | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | ن | ن | د | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | د | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | ن | د | ن | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$(p \vee q) \Leftrightarrow q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> </tr> </tbody> </table> | p | q | $p \vee q$ | $(p \vee q) \Leftrightarrow q$ | د | د | د | د | د | ن | د | ن | ن | د | د | د | ن | ن | ن | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| p | q | $p \vee q$ | $(p \vee q) \Leftrightarrow q$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | ن | د | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | ن | ن | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$q \vee p$</th> <th>$p \wedge (q \vee p)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> </tbody> </table> | p | q | $q \vee p$ | $p \wedge (q \vee p)$ | د | د | د | د | د | ن | د | د | ن | د | د | ن | ن | ن | ن | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | p | q | $q \vee p$ | $p \wedge (q \vee p)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | ن | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | د | د | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | ن | ن | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>r</th> <th>$p \wedge q$</th> <th>$q \Rightarrow r$</th> <th>$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$</th> <th>$(p \wedge q) \Rightarrow r$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> </tbody> </table> | p | q | r | $p \wedge q$ | $q \Rightarrow r$ | $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ | $(p \wedge q) \Rightarrow r$ | د | د | د | د | د | د | د | د | د | ن | د | ن | ن | ن | د | ن | د | ن | د | د | د | ن | د | د | ن | د | د | د | د | ن | ن | ن | د | د | د | ن | د | ن | ن | ن | د | د | ن | ن | د | ن | د | د | د | ن | ن | ن | ن | د | د | د | |
| p | q | r | $p \wedge q$ | $q \Rightarrow r$ | $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ | $(p \wedge q) \Rightarrow r$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | د | د | د | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | د | ن | د | ن | ن | ن | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | ن | د | ن | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | د | د | ن | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| د | ن | ن | ن | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | د | ن | ن | ن | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | ن | د | ن | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ن | ن | ن | ن | د | د | د | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | <p>به فرض خلف که n مضرب ۲ نباشد، پس n عددی فرد است یعنی: $n = 2k + 1$</p> <p>حال، داریم:</p> $n^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2k' + 1 \Rightarrow n^2 \text{ فرد است}$ <p>یعنی n^2 هم بر ۲ بخش پذیر نیست که این خلاف فرض است. پس فرض خلف باطل و حکم صحیح است.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴ | <p>تعداد اعضای مجموعه A را n فرض می کنیم، طبق فرض سؤال داریم:</p> $2^n - 2^{n-3} = 224 \Rightarrow 2^{n-3}(2^3 - 1) = 224 \Rightarrow 7 \times 2^{n-3} = 224$ $\Rightarrow 2^{n-3} = 32 \Rightarrow 2^{n-3} = 2^5 \Rightarrow n - 3 = 5 \Rightarrow n = 8$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | |
|--|----|
| $A \cap B = \emptyset \Rightarrow B - A = B \Rightarrow B \cap A' = B \Rightarrow B \subseteq A'$ | ۵ |
| الف) $(A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$ ب) $(A' \cap B') \cap A = (A' \cap A) \cap B' = \emptyset \cap B' = \emptyset$ | ۶ |
| الف) $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) = (A' \cap B) \cup ((B \cap A) \cap B) \cap (B \cup A)$ $= (A' \cap B) \cup ((B \cap A) \cap (B \cup A)) = (A' \cap B) \cup (B \cap A) = B \cap (A \cup A') = B$ ب) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = (B - A) \cup (A \cap B) = (B \cap A') \cup (B \cap A)$ $= B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$ | ۷ |
| $A \times B = B \times A \Rightarrow A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ یا $A = B$ با توجه به اینکه A و B تهی نیستند، $A = B$ ، پس دو حالت داریم: حالت ۱ $\rightarrow \begin{cases} x + 1 = 5 \\ y + 2 = 4 \\ z = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = -2 \end{cases}$ حالت ۲ $\rightarrow \begin{cases} x + 1 = 5 \\ y + 2 = -2 \\ z = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -4 \\ z = 4 \end{cases}$ پس حداکثر مقدار $x + y + z$ برابر ۴ می باشد. | ۸ |
| الف) از آنجا که $B \subseteq A$ و $A \cap B = B$ ، داریم: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(B)$ ب) دو حالت در نظر می گیریم: حالت اول) $A - B = \emptyset$ ، در این صورت با توجه به قسمت الف) داریم: $P(A - B) = P(A) - P(B) \rightarrow 0 = P(A) - P(B) \rightarrow P(B) = P(A)$ حالت دوم) $A - B \neq \emptyset$ پس $P(A - B) > 0$ و داریم: $P(A - B) > 0 \rightarrow P(A) - P(B) > 0 \rightarrow P(A) > P(B)$ | ۹ |
| $S = \{1, 2, \dots, 200\}$ و پیشامد بخش پذیری بر ۳ $B = 3$ و پیشامد بخش پذیری بر ۲ $A = 2$ $\rightarrow n(A) = \left[\frac{200}{2} \right] = 100, n(B) = \left[\frac{200}{3} \right] = 66, n(A \cap B) = \left[\frac{200}{6} \right] = 33$ الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$ ب) $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{66}{200} = \frac{33}{100}$ ج) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{50}{100} + \frac{33}{100} - \frac{30}{200} = \frac{133}{200}$ د) $P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{100}{200} - \frac{33}{200} = \frac{67}{200}$ ه) $P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{33}{200} = \frac{167}{200}$ | ۱۰ |