

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر گزاره های " $\sim p$ " و " $q \Rightarrow p$ " همواره درست باشند، ارزش گزاره $\sim(q \vee p)$ را مشخص نمایید.	۱
۱	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B) - C$	۲
۱.۵	عبارت روبرو را ساده کنید. $(\hat{A} \cap B) \cup [(B \cap A) - \hat{B}] \cap (B \cup A) = ?$	۳
۱	اگر $A = \{4, 2x - y, 3\}$ و $B = \{3, 2^{2x+3y}, -14\}$ دو مجموعه باشند و $A=B$ ، مقدار $x+y$ را محاسبه نمایید.	۴
۱.۵	فرض کنید از بین سه کارت با شماره های ۲ تا ۴ کارتی را به تصادف انتخاب می کنیم و سپس سکه ای را به تعداد عدد کارت پرتاب می کنیم. اگر یکبار «رو» بیاید، احتمال اینکه شماره کارت خارج شده ۳ باشد، چقدر است؟	۵

۱	<p>آزمایشی فقط دو نتیجه دارد. احتمال پیروزی در هر دو بار $\frac{3}{4}$ است. در تکرار ۶ بار این آزمایش مستقل، احتمال ۴ پیروزی چند برابر ۳ پیروزی است؟</p>	۶
۱.۵	<p>درون ظرف A، ۳ سیب زرد و ۵ سیب قرمز، درون ظرف B، ۵ سیب زرد و ۲ سیب قرمز و در ظرف C، ۴ سیب زرد و ۵ سیب قرمز وجود دارد. یکی از ظرف ها را به تصادف انتخاب کرده و سپس ۲ سیب از آن خارج می کنیم. احتمال آنکه هر دو سیب خارج شده زرد باشد، را بیابید.</p>	۷
۱.۵	<p>اگر $P(A \cup B) = 0.6$ و $P(\bar{A} \cup B) = 0.7$ و $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0.8$ باشد. حاصل $P(A \cup B)$ را بدست آورید.</p>	۸
صفحه ی ۲ از ۴		

۱	میانگین ۸ داده آماری ۱۴ و میانین ۱۲ داده دیگر ۱۸ است. میانگین ۲۰ داده آماری را بدست آورید.	۹												
۲	داده های ۱۹، ۱۶، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۱۰، ۱۵، ۱۳، ۱۴، ۱۲، ۱۱، ۱۵، ۱۶، ۱۴، ۱۷ را در نظر بگیرید. مطلوب است محاسبه: الف) مد ب) میانه پ) چارک اول و سوم د) دامنه تغییرات	۱۰												
۱.۵	در جدول فراوانی مقابل، <u>واریانس</u> و <u>انحراف معیار</u> داده ها را بدست آورید.	۱۱												
۱.۵	<table border="1" data-bbox="220 1126 762 1232"> <tr> <td>مرکز دسته</td> <td>۱۲</td> <td>۱۵</td> <td>۱۸</td> <td>۲۱</td> <td>۲۴</td> </tr> <tr> <td>فراوانی</td> <td>۴</td> <td>۳</td> <td>۹</td> <td>۷</td> <td>۲</td> </tr> </table> <p>داده های ۱۹ و ۸ و ۱۵ و ۷ و ۴ و ۵ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۷ را در نظر بگیرید. مطلوب است: الف) دامنه ی میان چارکی (IQR) ب) نمودار جعبه ای مربوط به داده های فوق را رسم نمایید.</p>	مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲	۱۲
مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴									
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲									
۱	انواع نمونه گیری احتمالی را نام ببرید و برای یکی از آن ها به دلخواه مثال بیاورید.	۱۳												
صفحه ی ۳ از ۴														

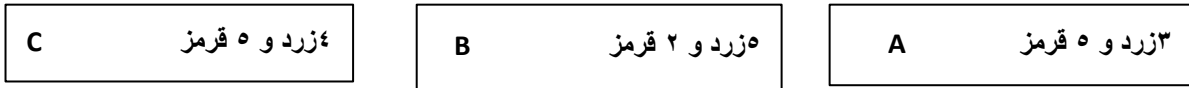
۱	اگر انحراف معیار برآورد میانگین جامعه $9/1$ باشد ، اندازه نمونه را باید چند برابر کنیم تا انحراف معیار $1/3$ شود؟	۱۴
۱.۵	<p>الف) مدیر تولید یک روزنامه می خواهد درصد روزنامه های معیوب را بررسی کند . برای اسن منظور 100 روزنامه به تصادف انتخاب می کند که 16 تا از آن ها معیوب است . یک فاصله ی اطمینان 95% برای درصد روزنامه های معیوب محاسبه کنید.</p> <p>ب) اگر بخواهیم طول بازه اطمینان 95 درصدی ، برابر یک درصد باشد ، باید n را چقدر انتخاب کنیم ؟</p>	۱۵
۰.۵	در یک جامعه با 340 عضو می خواهیم نمونه ای 20 عضوی به روش سامانمند انتخاب کنیم . اگر اولین شماره انتخابی تصادفی 11 باشد ، همین شماره انتخاب تصادفی را مشخص کنید.	۱۶
صفحه ی ۴ از ۴		

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	طبق فرض $\sim p$ درست ، پس p نادرست است و طبق اینکه $p \Rightarrow q$ درست است و p نادرست است ، لذا لزوماً باید q نادرست باشد . پس $\sim(p \vee q)$ همواره درست است.	
۲	$(A \cap B) - (B \cap C) \stackrel{\text{تفاضل}}{\implies} (A \cap B) \cap (B \cap C)' = (A \cap B) \cap (B' \cup C')$ $= [(A \cap B) \cap B'] \cup [(A \cap B) \cap C'] = [A \cap \underbrace{(B \cap B')}_{\emptyset}] \cup [(A \cap B) \cap C']$ $(A \cap B) \cap C' = (A \cap (B'))' \cap C' = (A - B') \cap C' = (A - B') - C$	
۳	$(B \cap A) \cap B = B \cap A$ $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A) = (A' \cap B) \cup (A \cap B) \cap (B \cup A) =$ $(B \cap \underbrace{(A' \cup A)}_U) \cap (B \cup A) = B \cap (B \cup A) = B \implies B \subseteq A \cup B$ <p style="text-align: right;">فاکتورگیری</p>	
۴	<p>برای مساوی بودن دو مجموعه A و B باید $2x - y$ برابر ۱۴- و 2^{2x+3y} با عدد ۴ برابر باشد . پس داریم :</p> $2x - y = -14 \text{ و } 2^{2x+3y} = 4 = 2^2 \implies 2x + 3y = 2$ <p>با حل دستگاه دو معادله و دو مجهولی زیر ، مقادیر x و y را بدست می آوریم :</p> $\begin{cases} 2x - y = -14 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$ $3 \times \begin{cases} 2x - y = -14 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \implies \begin{cases} 6x - 3y = -42 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \implies 8x = -40 \implies x = -5$ $\xrightarrow{2x-y=-14} 2(-5) - y = -14 \implies y = 4 \implies x + y = -1$	
۵	<p>اگر B پیشامد ظاهر شدن یک بار «رو» و A پیشامد خارج شدن کارت با شماره ۳ باشد . مقدار $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ مطلوب است :</p> <p>شماره کارت خارج شده</p> <p>یک بار «رو» در پرتاب ۲ سکه $\xrightarrow{\frac{\binom{2}{1}}{2^2} = \frac{2}{4}}$</p> <p>یک بار «رو» در پرتاب ۳ سکه $\xrightarrow{\frac{\binom{3}{1}}{2^3} = \frac{3}{8}}$</p> <p>یک بار «رو» در پرتاب ۴ سکه $\xrightarrow{\frac{\binom{4}{1}}{2^4} = \frac{4}{16}}$</p> <p>فرضیات داده شده مربوط به قانون احتمال کل است . بنابراین احتمال شرطی خواسته شده را با استفاده از قانون بیز به دست می آوریم.</p> $P(S) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{16} = \frac{8+6+4}{48} = \frac{18}{48} = \frac{3}{8}$ $P(A \cap B) = P(A)P(B A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{8} \rightarrow P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{3}$	

شکست $n = 6$ $P(A) = P = \frac{3}{4} \rightarrow 1 - P = \frac{1}{4}$ موفقیت

احتمال مطلوب $= \frac{\binom{6}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{6-4}}{\binom{6}{3} \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{6-3}} = \frac{\binom{6}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4}{\binom{6}{3} \times \left(\frac{3}{4}\right)^3} = \frac{15 \times \frac{3}{4}}{20 \times \frac{1}{4}} = \frac{9}{4}$

۶



احتمال اینکه از ظرف A باشد.

$P(A) = \frac{1}{3} \rightarrow A \rightarrow P(2 \text{ زرد} | A) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{3}{28}$

$P(B) = \frac{1}{3} \rightarrow B \rightarrow P(2 \text{ زرد} | B) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{10}{21}$

$P(C) = \frac{1}{3} \rightarrow C \rightarrow P(2 \text{ زرد} | C) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$P(\text{هر دو سیب خارج شده زرد باشد}) = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{28} + \frac{10}{21} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9+40+14}{28 \times 3} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{63}{28 \times 3} = \frac{1}{4}$
 $= P(A)P(2 \text{ زرد} | A) + P(B)P(2 \text{ زرد} | B) + P(C)P(2 \text{ زرد} | C)$

۷

$P(A' \cup B') = 0.8 \rightarrow 1 - P(A \cap B) = 0.8 \rightarrow P(A \cap B) = 0.2$

$P(A \cup B') = 0.6 \rightarrow 1 - P(A' \cap B) = 0.6 \rightarrow P(B - A) = 0.4$
 $\rightarrow P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{0.2} = 0.4 \rightarrow P(B) = 0.6$

$P(A' \cup B) = 0.7 \rightarrow 1 - P(A \cap B') = 0.7 \rightarrow P(A \cap B') = 0.3 \rightarrow$
 $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.3 \rightarrow P(A) = 0.5$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.6 - 0.2 = 0.9$

۸

$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i}{8} = 14 \rightarrow \sum_{i=1}^8 x_i = 8 \times 14 = 112$

$\bar{x}_2 = \frac{x_9 + \dots + x_{20}}{12} = 18 \rightarrow \sum_{i=9}^{20} x_i = 12 \times 18 = 216$

$\bar{x} = (x_1 + \dots + x_8 + x_9 + \dots + x_{20}) / 20 = \frac{112 + 216}{20} = 16.4$

۹

الف (مُد : 14, 15, 16

ب) 10, 11, 12, 13, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 18, 19

$Md = 15$ $n = 17$

پ) $Q_1 = \frac{13+14}{2} = \frac{27}{2} = 13.5$ و $Q_3 = \frac{16+17}{2} = \frac{33}{2} = 16.5$

د) $R = 19 - 10 = 9$

۱۰

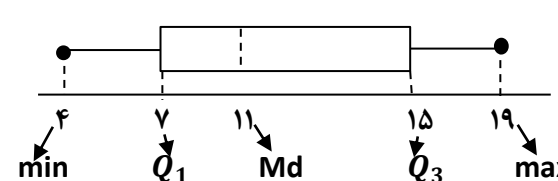
۱۸-X را بدست می آوریم . واریانس داده های جدید با واریانس داده های اولیه برابر می باشد :

X-۱۸	-۶	-۳	۰	۳	۶
f	۴	۳	۹	۷	۲

$\bar{X} = \frac{4(-6) + 3(-3) + 9(0) + 7(3) + 2(6)}{4+3+9+7+2} = \frac{0}{25} = 0$

$\sigma^2 = \frac{4(-6-0)^2 + 3(-3-0)^2 + 9(0-0)^2 + 7(3-0)^2 + 2(6-0)^2}{25} = \frac{144+27+63+72}{25} = \frac{306}{25} = 12.24$ $\sigma = \sqrt{12.24}$

۱۱

<p>الف (۱۹ و ۱۷ و ۱۵ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۸ و ۷ و ۵ و ۴)</p> <p>$n = 11$ $Q_1 = 7$ و $Q_3 = 15$ $IQR = Q_3 - Q_1 = 15 - 7 = 8$</p>	<p>۱۲</p> <p>(ب)</p>  <p>The diagram is a box plot on a horizontal axis. It shows the minimum value (min) at 4, the first quartile (Q1) at 7, the median (Md) at 11, the third quartile (Q3) at 15, and the maximum value (max) at 19. A box is drawn from Q1 to Q3 with a vertical dashed line at Md. Whiskers extend from the box to the min and max values.</p>
<p>نمونه گیری تصادفی ، خوشه ای ، طبقه ای ، سامانمند . مثال نیز به دلخواه است .</p>	<p>۱۳</p>
<p>اگر اندازه نمونه اولیه را n و اندازه نمونه ی ثانویه را m در نظر بگیریم داریم :</p> $9.1 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $1.3 = \frac{\sigma}{\sqrt{m}}$	<p>۱۴</p> $\frac{9.1}{1.3} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{m}}} \rightarrow 7 = \sqrt{\frac{m}{n}} \rightarrow \frac{m}{n} = 49 \rightarrow m = 49n$ <p>پس باید اندازه نمونه را ۴۹ برابر کنیم.</p>
<p>$P = \frac{16}{100}$, $n = 100 \rightarrow (P - 2\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$, $P + 2\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$</p> <p>$\Rightarrow (\frac{16}{100} - 2\sqrt{\frac{\frac{16}{100}(1-\frac{16}{100})}{100}}$, $\frac{16}{100} + 2\sqrt{\frac{\frac{16}{100}(1-\frac{16}{100})}{100}}$</p> <p>$= (\frac{16}{100} - 2 \times \frac{4 \times 2\sqrt{21}}{10 \times 10}$, $\frac{16}{100} + 2 \frac{4 \times 2\sqrt{21}}{10 \times 10}) = (\frac{16}{100} - \frac{73}{1000}$, $\frac{16}{100} + \frac{73}{1000}) = (\frac{87}{1000}$, $\frac{233}{1000})$</p> <p>(ب)</p> <p>$P + \frac{1}{\sqrt{n}} - P + \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{n}}$</p> <p>$\frac{2}{\sqrt{N}} = \frac{1}{100} \rightarrow \sqrt{n} = 200 \rightarrow n = 40000$</p>	<p>۱۵</p>
<p>$N = 340$ $n = 20 \rightarrow d = \frac{340}{20} = 17$ و $x = 11$</p> <p>$x_{10} = x + 9d = 11 + 9 \times 17 = 164 \rightarrow$ دهمین شماره انتخابی</p>	<p>۱۶</p>