

ردیف	سؤالات	نوع
۲	جدول ارزش درستی گزاره‌های روبرو را بنویسید. $(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \vee \sim r)$	۱
۱	گزاره‌های زیر را به زبان ریاضی بنویسید. (از نماد \exists و \forall استفاده کنید) ارزش آن‌ها را نیز با ذکر دلیل توضیح دهید. الف) حاصل تقسیم هر عدد حقیقی بر معکوسش بزرگتر یا مساوی ۱ است. ب) عدد صحیح مثبتی وجود دارد که مکعب آن برابر است با ۳ برابر آن عدد به اضافه ۲.	۲
۱/۵	با استفاده از جبر مجموعه‌ها رابطه زیر را ثابت کنید: $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$	۳
۲	عددی به تصادف از بین اعداد ۱ تا ۵۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید. الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۷ بخش پذیر باشد. ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد، ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد. ج) عدد انتخابی نه بر ۲ و نه بر ۷ بخش پذیر باشد.	۴
۱/۵	جعبه اول شامل ۴ مهره قرمز و ۶ مهره آبی و جعبه دوم شامل ۲ مهره قرمز و ۸ مهره آبی و جعبه سوم شامل ۷ مهره قرمز و ۳ مهره آبی است، یک سکه پرتاب می‌کنیم، اگر خط ظاهر شود از جعبه اول، اگر شیر ظاهر شود یک تاس پرتاب می‌کنیم که اگر دقیقاً ۲ باشد از جعبه دوم و در غیر این صورت از جعبه سوم مهره‌ای به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مهره قرمز خارج شده از جعبه دوم باشد، چقدر است؟	۵
۱	اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A \cap B) = ۰/۲۵$ و $P(A \cap B') = ۰/۳۵$ حاصل $P(A \cup B')$ را به دست آورید.	۶
۱	در جعبه‌ای ۳۰ لامپ وجود دارد که ۵ تای آن شکسته و ۴ تای آن سوخته باشد. ۲ لامپ به تصادف از جعبه خارج می‌کنیم. الف) احتمال اینکه اولی سوخته و دومی ناسالم باشد، چقدر است؟ ب) احتمال اینکه هر دو نوع لامپ شبیه هم باشند، چقدر است؟	۷
۲	الف) نمودار جعبه‌ای ۱۳ داده زیر را به همراه میانه و چارک‌هایش مشخص کنید. ب) مد و دامنه تغییرات را در داده‌های زیر تعیین کنید. $۳، ۵، ۱۹، ۲، ۶، ۱۰، ۸، ۹، ۱۴، ۱۸، ۵، ۲، ۱$	۸

محل مهر یا امضاء مدیر	راهنمای تصحیح	ردیف																																																						
	<table border="1" data-bbox="204 443 1399 896"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>r</th> <th>$p \Rightarrow r$</th> <th>$q \vee \sim r$</th> <th>$(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \vee \sim r)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table>	p	q	r	$p \Rightarrow r$	$q \vee \sim r$	$(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \vee \sim r)$	د	د	د	د	د	د	د	د	ن	ن	د	ن	د	ن	د	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	د	ن	ن	د	د	د	د	د	ن	د	ن	د	د	د	ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن	ن	د	د	ن	۱
p	q	r	$p \Rightarrow r$	$q \vee \sim r$	$(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \vee \sim r)$																																																			
د	د	د	د	د	د																																																			
د	د	ن	ن	د	ن																																																			
د	ن	د	د	ن	ن																																																			
د	ن	ن	ن	د	ن																																																			
ن	د	د	د	د	د																																																			
ن	د	ن	د	د	د																																																			
ن	ن	د	د	ن	ن																																																			
ن	ن	ن	د	د	ن																																																			
	<p>الف) $\forall x \in \mathbb{R} : x \div \frac{1}{x} \geq 1$ - این گزاره نادرست است. به ازای عدد صفر برقرار نیست.</p> <p>ب) $\exists x \in \mathbb{Z}^+ : x^2 = 3x + 2$ - این گزاره درست است. زیرا به ازای عدد ۲ برقرار است.</p>	۲																																																						
	$(A - B) \cap (A - C) = (A \cap B') \cap (A \cap C') = [(A \cap B') \cap A] \cap C' = [(A \cap A) \cap B'] \cap C'$ $= (A \cap B') \cap C' = A \cap (B' \cap C') = A - (B' \cap C')' = A - (B \cup C)$	۳																																																						
	<p>(الف)</p> $\left\{ \begin{array}{l} A = \frac{500}{2} = 250 \\ B = \frac{500}{7} = 71 \Rightarrow p(A \cup B) = \frac{250}{500} + \frac{71}{500} - \frac{35}{500} = \frac{286}{500} \\ A \cap B = \frac{500}{7 \times 2} = 35 \end{array} \right.$ <p>(ب)</p> $p(A \cap B') = p(A) - p(A \cap B) = \frac{250}{500} - \frac{35}{500} = \frac{215}{500} = \frac{43}{100}$ <p>(ج)</p> $p(A' \cap B') = 1 - p(A \cup B) = 1 - \frac{286}{500} = \frac{214}{500}$	۴																																																						

$P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2) + P(B_3)P(A B_3)$ $= \frac{6}{12} \times \frac{4}{10} + \frac{1}{12} \times \frac{2}{10} + \frac{5}{12} \times \frac{7}{10} = \frac{24 + 2 + 35}{120} = \frac{61}{120}$ $P(B_2 A) = \frac{P(B_2)P(A B_2)}{P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2) + P(B_3)P(A B_3)} = \frac{\frac{2}{120}}{\frac{61}{120}} = \frac{2}{61}$	۵
$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B')} = \frac{0.25}{0.35} \Rightarrow \frac{P(A) \times P(B)}{P(A) \times P(B')} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{P(B)}{1 - P(B)} = \frac{5}{7} \Rightarrow P(B) = \frac{5}{12} \Rightarrow \begin{cases} P(B') = \frac{7}{12} \\ P(A) = \frac{3}{5} \end{cases}$ $P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B') = \frac{3}{5} + \frac{7}{12} - \frac{35}{100} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$	۶
<p>فرض کنید A_i پیشامد سالم بودن لامپ i ام و B_i پیشامد شکسته بودن لامپ i ام و C_i پیشامد سوخته بودن لامپ i ام باشد. بنابراین: (الف)</p> $P(C_1 \cap C'_2) = P(C_1)P(C'_2 C_1) = \frac{5}{30} \times \frac{8}{29}$ <p>(ب)</p> $P(A_1 \cap A_2) + P(B_1 \cap B_2) + P(C_1 \cap C_2)$ $= P(A_1)P(A_2 A_1) + P(B_1)P(B_2 B_1) + P(C_1)P(C_2 C_1)$ $= \frac{21}{30} \times \frac{20}{29} + \frac{5}{30} \times \frac{4}{29} + \frac{4}{30} \times \frac{3}{29} = \frac{451}{570}$	۷
<p>(الف) میانه: ۶ ، چارک اول: ۲/۵ ، چارک سوم: ۱۲ (ب) مد: ۲ و ۵ دامنه تغییرات ۱۸-۱=۱۹</p>	۸
$\bar{x} = \frac{17 \times 4 + 2x_2 + 15 \times 2 + 17/25 \times 3 + 14/25 \times 3}{14} = \frac{194 + 2x_2}{14} = 16 \Rightarrow x_2 = 15$	۹
$\bar{x} = \frac{160}{10} = 16$ $\sigma^2 = \frac{4 + 0 + 36 + 16 + 9 + 1 + 4 + 1 + 4 + 9}{10} = \frac{84}{10} \Rightarrow \sigma = 2/9$ $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2/9}{16}$	۱۰
<p>۱- نمونه‌گیری تصادفی ۲- نمونه‌گیری خوشه‌ای ۳- نمونه‌گیری طبقه‌ای ۴- نمونه‌گیری سیستماتیک نمونه‌گیری سیستماتیک: نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه طبقات باهم برابر است. فقط از طبقه اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر، این کار انجام می‌گیرد.</p>	۱۱
<p>(الف) آماره: مشخصه‌ای عددی که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید. (ب) متغیر کمی: متغیر است که مقادیر عددی می‌گیرد و برای آن عملیات ریاضی از قبیل جمع، تفریق و معدل‌گیری قابل انجام است. (پ) برآورد نقطه‌ای پارامتر: مقدار عددی حاصل از جایگذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر</p>	۱۲
$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 182 - \frac{2 \times 4}{8} \leq \mu \leq 182 + \frac{2 \times 4}{8} \Rightarrow 181 \leq \mu \leq 183$	۱۳