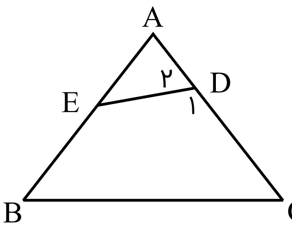
۱

$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{۲۱}{۱۲} \Rightarrow \frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{۱۰+۱۸+۲۱}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{۴}{۷}$$

$$\text{محیط مثلث دوم} : ۴۹ \times \frac{۴}{۷} = ۷ \times ۴ = ۲۸$$

۲



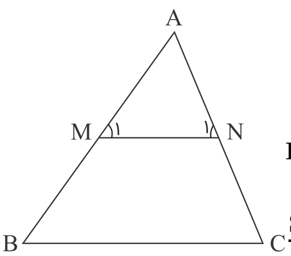
$$\overset{\Delta}{ADE}\ ,\ \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{D_۱} + \widehat{D_۲} = ۱۸۰ \\ \widehat{D_۱} + \widehat{B} = ۱۸۰ \end{cases} \quad (۱)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{D_۲} = \widehat{B} \\ \widehat{A} = \widehat{A} \end{cases} \Rightarrow \text{دو مثلث متشابه اند}$$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{ADE}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{ADE}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \left(\frac{۱۲}{۱۰}\right)^۲$$

$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ADE}} = \frac{۹}{۲۵} S_{\overset{\Delta}{ABC}}$$

۳



$$BC \| MN \Rightarrow \begin{cases} M_۱ = B \\ N_۱ = C \end{cases} \xrightarrow{\text{زز}} AMN \sim ABC$$

$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{AMN} + \underbrace{\cancel{S_{MNCB}}}_{۱۵ S_{AMN}}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{S_{AMN}}}{۱۶\cancel{S_{AMN}}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^۲ \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB - AM} = \frac{۱}{۴ - ۱} \Rightarrow \frac{MB}{AM} = ۳$$

۴

$$\left.\begin{array}{l} BC \| DE \Rightarrow \dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AB}{AD} \\ BE \| DF \Rightarrow \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AB}{AD} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow AE^۲ = AC \times AF$$

پاسخ سؤالات ۵ تا ۷

۵ بی‌شمار

۶ نیمساز

۷ دو

۸

$$D_f = \{-۱, -۳, -۲\} \quad , \quad D_g = \{-۳, -۲, ۱\}$$

$$D_{f\times g} = D_f \cap D_g = \{-۳, -۲\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-۳) = a \\ g(-۳) = -۴ \\ (f \times g)(-۳) = \frac{۱}{۲} \end{cases} \Rightarrow -۴a = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = -\frac{۱}{۸}$$

$$\begin{cases} f(-۲) = ۵ \\ g(-۲) = b \\ (f \times g)(-۲) = -۵ \end{cases} \Rightarrow ۵b = -۵ \Rightarrow b = -۱ \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-۱}{-\frac{۱}{۸}} = ۸$$

پاسخ سؤالات ۹ تا ۱۱

۹ نادرست

$$[-\sqrt{۳}] = [-۱/۷] = -۲$$

۱۰ نادرست، تابع $f(x) = [x]$ (تابع جزء صحیح) یک تابع ثابت نیست، زیرا نمودار آن فقط روی یک خط افقی قرار ندارد و از بی‌شمار خط افقی که در یک امتداد نیستند تشکیل شده است.

۱۱ نادرست

$$[-x] \neq -[x]$$

مثال $: x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow [-\frac{۱}{۲}] = -۱ \quad , \quad [\frac{۱}{۲}] = ۰ \Rightarrow -۱ = ۰$

پاسخ سؤالات ۱۲ تا ۱۳

۱۲

$$MN \| BC \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow \frac{۹}{x} = \frac{x}{۴} \Rightarrow x^۲ = ۳۶ \Rightarrow x = ۶$$

$$MN \| BC \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{۹}{۱۵} = \frac{۲y - ۱}{۸} \Rightarrow y = \frac{۲۹}{۱۰}$$

۱۳

$$h^۲ = BH \times CH = ۱۲ \times ۴ = ۴۸ \Rightarrow h = \sqrt{۴۸} = ۴\sqrt{۳}$$

$$a^۲ = BH \times BC = ۴ \times ۱۶ = ۶۴ \Rightarrow a = ۸$$

۱۴

$$x = ۱ \Rightarrow \frac{k}{۱} = \frac{۲}{۱ + k} \Rightarrow k^۲ + k - ۲ = ۰ \Rightarrow (k - ۱)(k + ۲) = ۰$$

$$\Rightarrow k = ۱ \, , \, k = -۲$$

۱۵ $f(x) = [x]$ و $f(x) = [-x]$ در $x = ۱$ حد ندارند ولی مجموع آن‌ها $y = [x] + [-x]$ در $x = ۱$ حد دارند.

$$\lim_{x\to ۱} [x] + [-x] = -۱$$

مثال‌های مشابه هم قبول است.

۱۶

$$۵\log_{۳}\sqrt[۵]{۸۱} - ۲\log_{۷}\frac{۱}{۴۹} = \log_{۳}(\sqrt[۵]{۸۱})^{۵} + \log_{۷}(\frac{۱}{۴۹})^{-۲}$$
$$= \log_{۳}۸۱ + \log_{۷}۴۹^{۲} = \log_{۳}۳^{۴} + \log_{۷}۷^{۴} = ۴ + ۴ = ۸$$

از آن‌جاکه $a^{\log_a x} = x$ داریم: $۲^{\log_{۲}۹} = ۹$

$\Rightarrow$ جواب نهایی : $۸ + ۹ = ۱۷$

۱۷

$$\sin(\frac{۳۱\pi}{۳}) = \sin(۱۰\pi + \frac{\pi}{۳}) = \sin\frac{\pi}{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

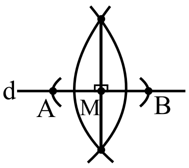
$$\cos(\frac{۵\pi}{۲} - \frac{\pi}{۶}) = \cos(۲\pi + \frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۶}) = \cos(\frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۶}) = \sin\frac{\pi}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

$$\tan(\frac{۷\pi}{۲} + \frac{\pi}{۳}) = \tan(۳\pi + \frac{\pi}{۲} + \frac{\pi}{۳}) = \tan(\pi + \frac{\pi}{۲} + \frac{\pi}{۳})$$
$$= \tan(\frac{\pi}{۲} + \frac{\pi}{۳}) = -\cot\frac{\pi}{۳} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

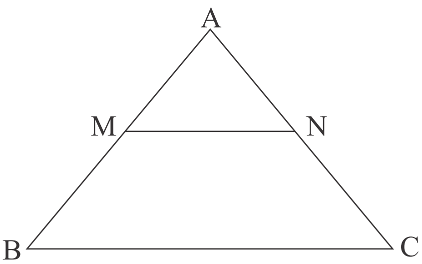
$$A = ۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) - \frac{۱}{۲} - \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{۴\sqrt{۳} - ۳}{۶}$$

۱۸

خط d و نقطه M روی آن مانند شکل مشخص شده است. می‌خواهیم خطی رسم کنیم که از M بگذرد و بر خط d عمود باشد.
برای این کار ابتدا دهانه پرگار را کمی باز می‌کنیم و به مرکز M، ۲ کمان می‌زنیم تا خط d را در نقاط A و B قطع کند. از آنجایی که $MA = MB$ پس می‌توانیم با رسم عمود منصف پاره خط AB خطی عمود بر خط d رسم کنیم.



۱۹



فرض : N, M وسط اضلاع AC, AB

حکم : $MN || BC, MN = \frac{۱}{۲}BC$

$$\left.\begin{array}{l} M \text{ وسط } AB \Rightarrow AM = BM \\ N \text{ وسط } AC \Rightarrow AN = NC \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = ۱ \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN || BC$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : MN || BC \xrightarrow{\text{طبق تعمیم تالس}} \frac{\overset{۱}{\cancel{AM}}}{\underset{۲}{\cancel{AB}}} = \frac{\overset{۱}{\cancel{AN}}}{\underset{۲}{\cancel{AC}}} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{۱}{۲}BC$$

۲۰

$$۳^{x+۱}+۳^x=۳۶ \Rightarrow ۳^x\times۳^۱+۳^x=۳۶ \Rightarrow ۳^x(۳+۱)=۳۶$$
$$۳^x\times۴=۳۶ \Rightarrow ۳^x=\frac{۳۶}{۴}=۹ \Rightarrow ۳^x=۹ \Rightarrow ۳^x=۳^۲ \Rightarrow x=۲$$

۲۱

الف

$$AH^۲=BH\times HC \Rightarrow AH^۲=۹\times۴ \Rightarrow AH^۲=۳۶ \Rightarrow AH=۶$$

ب

$$BC^۲=AB^۲+AC^۲ \Rightarrow BC^۲=۶۴+۳۶ \Rightarrow BC=\sqrt{۱۰۰}=۱۰$$
$$AB^۲=BH\times BC \Rightarrow ۶۴=BH\times۱۰ \Rightarrow BH=۶/۴$$

۲۲

$$\frac{۱-۳x}{۶}-\frac{۵}{۱۲}=\frac{-۳x-۱}{۴} \xrightarrow{\times۱۲} ۲(۱-۳x)-۵=۳(-۳x-۱)$$
$$۲-۶x-۵=-۹x-۳ \Rightarrow ۳x=۰ \Rightarrow x=۰$$

۲۳

$$f(\frac{۱}{۲})=-|\frac{۱}{۲}-۱|=-|-\frac{۱}{۲}|=-\frac{۱}{۲}$$
$$g(\frac{۱}{۲})=[۲(\frac{۱}{۲})-۳]=[۱-۳]=[-۲]=-۲$$
$$(\frac{g}{f})(\frac{۱}{۲})=\frac{g(\frac{۱}{۲})}{f(\frac{۱}{۲})}=\frac{-۲}{-\frac{۱}{۲}}=۴$$

۲۴

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^۲}{۲+\sqrt{۴+x^۲}}\ ;\ D_f=\mathbb{R} \\ g(x)=\sqrt{۴+x^۲}-۲ \Rightarrow D_g:\mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow D_f=D_g \qquad (۱)$$
$$f(x)=\frac{x^۲}{۲+\sqrt{۴+x^۲}}\times\frac{۲-\sqrt{۴+x^۲}}{۲-\sqrt{۴+x^۲}}=\frac{\cancel{x^۲}(۲-\sqrt{۴+x^۲})}{\cancel{۴}-\cancel{۴}-\cancel{x^۲}}$$
$$=\sqrt{۴+x^۲}-۲=g(x)$$
$$f(x)=g(x) \qquad (۲)$$

از ۱ و ۲ نتیجه می‌شود دو تابع مساوی هستند.

۲۵

$$\frac{S}{S'}=\frac{۴۹}{۱۲۸} \Rightarrow \frac{a}{a'}=\frac{۷}{۸\sqrt{۲}}$$
$$\frac{۲۱}{x}=\frac{۷}{۸\sqrt{۲}} \Rightarrow x=۲۴\sqrt{۲}$$
$$\frac{S}{S'}=\frac{۴۹}{۱۲۸} \Rightarrow \frac{a}{a'}=\frac{۷}{۸\sqrt{۲}} \Rightarrow \frac{P}{P'}=\frac{۷}{۸\sqrt{۲}}$$
$$\frac{۸\sqrt{۲}}{۷}=\frac{P'}{P}=\frac{\text{محیط بزرگ‌تر}}{\text{محیط کوچک‌تر}}$$

۲۶

$$\frac{c}{a}=-۲ \Rightarrow \frac{۲m}{-۱}=-۲ \Rightarrow ۲m=۲ \Rightarrow m=۱$$
$$-x^۲+۲x+۲=۰ \Rightarrow \frac{-b}{a}=\frac{-۲}{-۱}=۲$$

۲۷

۷ , ۱۶ , ۱۶ , ۱۸ , ۱۹ , ۲۰

$$\text{میانه}=\frac{۱۶+۱۸}{۲}=۱۷$$
$$\bar{x}=\frac{۷+۱۶+۱۶+۱۸+۱۹+۲۰}{۶}=\frac{۹۶}{۶}=۱۶$$

۲۸

$$(x-(۱+\sqrt{۵}))(x-(۱-\sqrt{۵}))=۰ \Rightarrow x^{۲}-۲x-۴=۰$$

پاسخ سؤالات ۲۹ تا ۳۱

۲۹

$$\log_{۵}(۳x)=\log_{۵}۱۲ \Rightarrow ۳x=۱۲ \Rightarrow x=۴$$

۳۰

$$\log x(x+۳)=۱ \Rightarrow x^{۲}+۳x=۱۰ \Rightarrow (x+۵)(x-۲)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-۵ & \text{غ ق ق} \\ x=۲ \end{cases}$$

۳۱

$$\left(\frac{۳}{۵}\right)^{x^{۲}-۴x}=\left(\frac{۳}{۵}\right)^{-۴} \Rightarrow x^{۲}-۴x=-۴ \Rightarrow (x-۲)^{۲}=۰ \Rightarrow x=۲$$

۳۲

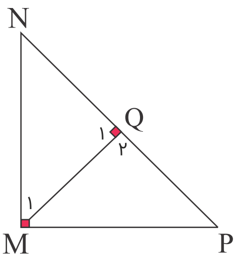
$$\alpha+\beta=S=\frac{-b}{a}=\frac{۶}{۳}=۲$$

$$\alpha\cdot\beta=P=\frac{c}{a}=\frac{۱}{۳}$$

$$\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{S}{P}=\frac{۲}{\frac{۱}{۳}}=۶$$

۳۳

$$\begin{cases} Q_{۱}=Q_{۲} \\ P=M_{۱} \end{cases} \xrightarrow{\text{زز}} MNQ \sim MQP \Rightarrow \frac{MN}{PM}=\underbrace{\frac{QN}{QM}=\frac{QM}{QP}}_{QM^{۲}=QN\times QP}$$



۳۴

$$\left.\begin{array}{l} \frac{a\times ۲}{۲\times ۲}=\frac{۲a}{۴} \\ \frac{b\times ۳}{۳\times ۳}=\frac{۳b}{۹} \\ \frac{c\times ۴}{۴\times ۴}=\frac{۴c}{۱۶} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۲a}{۴}+\frac{۳b}{۹}+\frac{۴c}{۱۶}=\frac{۲a+۳b+۴c}{۲۹}=\frac{a}{۲}\ (*)$$

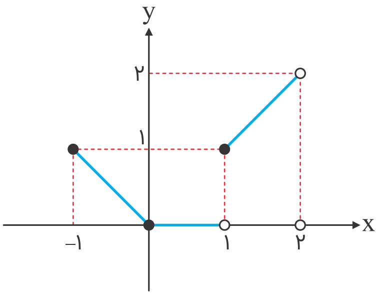
$$۲a+۳b+۴c=\frac{۲۹a}{۲}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{a\times ۵}{۲\times ۵}=\frac{۵a}{۱۰} \\ \frac{b\times(-۴)}{۳\times(-۴)}=\frac{-۴b}{-۱۲} \\ \frac{c\times ۳}{۴\times ۳}=\frac{۳c}{۱۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۵a}{۱۰}+\frac{-۴b}{-۱۲}+\frac{۳c}{۱۲}=\frac{۵a-۴b+۳c}{۱۰}=\frac{a}{۲}\ (**)$$

$$۵a-۴b+۳c=\frac{۱۰a}{۲}$$

$$\frac{۲a+۳b+۴c}{۵a-۴b+۳c}=\frac{\frac{۲۹a}{۲}}{\frac{۱۰a}{۲}}=\frac{۲۹}{۱۰}$$

۳۵



$$-۱ \le x < ۲ \Rightarrow \begin{cases} -۱ \le x < ۰ \Rightarrow [x] = -۱ : f(x) = -x & \begin{array}{|c} -۱ \\ ۱ \end{array} \quad \begin{array}{|c} ۰ \\ ۰ \end{array} \\ ۰ \le x < ۱ \Rightarrow [x] = ۰ : f(x) = ۰ & \begin{array}{|c} ۰ \\ ۰ \end{array} \quad \begin{array}{|c} ۱ \\ ۰ \end{array} \\ ۱ \le x < ۲ \Rightarrow [x] = ۱ : f(x) = x & \begin{array}{|c} ۱ \\ ۱ \end{array} \quad \begin{array}{|c} ۲ \\ ۲ \end{array} \end{cases}$$

۳۶

$$\frac{P_۱}{P_۲} = K \Rightarrow \frac{۲۵}{۴۵} = K \Rightarrow \frac{۵}{۹} = K$$

$$\frac{S_۱}{S_۲} = K^۲ \Rightarrow \frac{۵۰}{S_۲} = \left(\frac{۵}{۹}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۵۰}{S_۲} = \frac{۲۵}{۸۱} \Rightarrow S_۲ = ۱۶۲$$

۳۷

$$\frac{x}{۵+x} = \frac{y}{۷+y} \xrightarrow{\text{تفاضل در مخرج}} \frac{x}{۵+x-x} = \frac{y}{۷+y-y} \Rightarrow \frac{x}{۵} = \frac{y}{۷} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{۵}{۷}$$

پاسخ سؤالات ۳۸ تا ۴۲

۳۸

$$\lim_{x \to \pi^+} \frac{۳ - [\cos ۲x]}{[\cos x]} = \frac{۳ - [\cos ۲\pi^+]}{[\cos \pi^+]} = \frac{۳ - ۰}{-۱} = -۳$$

$$(*) : [\cos \pi^+] = [-۱^+] = -۱$$

۳۹

$$\lim_{x \to ۴} \frac{\sqrt{x} - ۲}{x^۲ - ۳x - ۴} = \lim_{x \to ۴} \frac{\sqrt{x} - ۲}{(x-۴)(x+۱)} \times \frac{\sqrt{x} + ۲}{\sqrt{x} + ۲}$$

$$= \lim_{x \to ۴} \frac{x - ۴}{(x-۴)(x+۱)(\sqrt{x}+۲)} = \lim_{x \to ۴} \frac{۱}{(x+۱)(\sqrt{x}+۲)}$$

$$= \frac{۱}{(۴+۱)(\sqrt{۴}+۲)} = \frac{۱}{۲۰}$$

۴۰

$$\lim_{x \to ۳} \frac{x^۳ - ۲۷}{۲x^۲ - ۵x - ۳} = \lim_{x \to ۳} \frac{\cancel{(x-۳)}(x^۲ + ۳x + ۹)}{\cancel{(x-۳)}(۲x+۱)}$$

$$= \lim_{x \to ۳} \frac{x^۲ + ۳x + ۹}{۲x + ۱} = \frac{۲۷}{۷}$$

۴۱

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{(\sin x - ۱) \times \sin^۲ x}{\cos^۲ x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{(\sin x - ۱) \times \sin^۲ x}{۱ - \sin^۲ x}$$

$$= \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{\overset{-۱}{\cancel{(\sin x - ۱)}} \times \sin^۲ x}{\cancel{(۱ - \sin x)}(۱ + \sin x)} = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{-\sin^۲ x}{۱ + \sin x} = \frac{-(۱)^۲}{۱+۱} = -\frac{۱}{۲}$$

۴۲

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{\cos x(\sqrt{۱+\cot x}+\sqrt{۱-\cot x})}{۱+\cot x-۱+\cot x}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{\cancel{\cos x}(\sqrt{۱+\cot x}+\sqrt{۱-\cot x})}{\frac{۲\cancel{\cos x}}{\sin x}}=\frac{\frac{۱+۱}{۲}}{۱}=۱$$

۴۳

$$x+\frac{\pi}{۹}+\frac{۲\pi}{۳}=\pi \Rightarrow x=\pi-\frac{\pi}{۹}-\frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow x=\frac{۹\pi-\pi-۶\pi}{۹}$$

$$x=\frac{۲\pi}{۹}\ \text{رادیان} \Rightarrow ۲\times\frac{۱۸۰}{۹}=۲\times ۲۰=۴۰^\circ\ \text{درجه}$$

۴۴

$$f(x)=a(x-m)^۲+k$$
$$f(x)=a(x-۱)^۲-۱$$

$$\text{رأس}\ S\left|\begin{matrix}۱\\-۱\end{matrix}\right.$$

$$A\left|\begin{matrix}۰\\-۲\end{matrix}\right.\in f$$

$$-۲=a(۰-۱)^۲-۱\Rightarrow a=-۱$$
$$f(x)=-x^۲+۲x-۲$$

۴۵

$$\cos\alpha+\sqrt{\underbrace{\tan\alpha}_{\tan\alpha>۰}}=۰\Rightarrow \cos\alpha=-\sqrt{\tan\alpha}\Rightarrow \cos\alpha<۰$$

$$\tan\alpha>۰\ ,\ \cos\alpha<۰\Rightarrow\ \text{ربع سوم}$$

توجه: دقت کنید که $\tan\alpha$ نمی‌تواند برابر با صفر باشد، زیرا در این صورت طبق صورت سؤال مقدار $\cos\alpha$ نیز صفر می‌شود و این حالت ممکن نیست.

۴۶

الف درست

ب نادرست

۴۷

$$\hat{\theta}=\frac{۲\pi}{۸}=\frac{\pi}{۴}$$
$$r=\frac{d}{۲}=۱۲/۵\,\text{cm}$$

$$\ell=r.\theta\Rightarrow \ell=۱۲/۵\times\frac{\pi}{۴}=۳/۱۲۵\pi$$

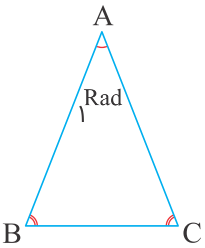
پاسخ سؤالات ۴۸ تا ۵۱

۴۸ درست

$$\frac{\pi}{۱۲}+\frac{۱۱\pi}{۱۲}=\frac{۱۲\pi}{۱۲}=\pi$$

۴۹ نادرست، ۳ رادیان عددی کمتر از π هست، پس در ربع دوم قرار دارد.

۵۰ درست، ۱ رادیان تقریباً ۵۷ درجه است و چون جمع زوایای مثلث ۱۸۰° و زوایای B و C باهم برابرند، اندازهٔ زاویهٔ A کمتر از B و C خواهد بود و ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر، کوچک‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر.



۵۱ نادرست، کمترین مقدار $\sin x$ برابر -۱ است که از $x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲}$ یا $x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۲}$ و $k \in \mathbb{Z}$ به دست می‌آید.

۵۲

$$BC^{۲} = AB^{۲} + AC^{۲} \Rightarrow BC^{۲} = ۶۴ + ۳۶ = ۱۰۰ \Rightarrow BC = ۱۰$$

$$AC^{۲} = CH \times BC \Rightarrow ۳۶ = CH \times ۱۰ \Rightarrow CH = ۳/۶$$

$$AC^{۲} = HC^{۲} + AH^{۲} \Rightarrow ۳۶ = (۳/۶)^{۲} + AH^{۲}$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{۳۶ - (۳/۶)^{۲}} = \sqrt{۲۳/۰۴}$$

۵۳

$$f(x) = a\sin x + ۳b$$

$$(۰\,,\,۳) : ۳ = ۳b \Rightarrow b = ۱$$

$$(\frac{\pi}{۴}\,,\,۰) : a \times (\frac{\sqrt{۲}}{۲}) + ۳(۱) = ۰ \Rightarrow a = \frac{-۶}{\sqrt{۲}} = -۳\sqrt{۲}$$

پاسخ سؤالات ۵۴ تا ۵۵

۵۴ سه ضلع آن

۵۵ بزرگ‌تر

۵۶

الف ابتدا دامنهٔ مشترک دو تابع f و g را مشخص می‌کنیم.

$$D_f = \{-۳, -۲, -۱, ۲\}\ ,\ D_g = \{-۳, -۲, -۱, ۵\}\ ,\ D_f \cap D_g = \{-۳, -۲, -۱\}$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$\begin{cases} (f+g)(-۳) = f(-۳) + g(-۳) = ۲ + (-۸) = -۶ \\ (f+g)(-۲) = f(-۲) + g(-۲) = ۶ + (-۶) = ۰ \\ (f+g)(-۱) = f(-۱) + g(-۱) = ۴ + (-۴) = ۰ \end{cases}$$

$$f + g = \{(-۳, -۶), (-۲, ۰), (-۱, ۰)\}$$

ب

$$(g-f)(x) = g(x) - f(x)$$

$$\begin{cases} (g-f)(-۳) = g(-۳) - f(-۳) = -۸ - ۲ = -۱۰ \\ (g-f)(-۲) = g(-۲) - f(-۲) = -۶ - ۶ = -۱۲ \\ (g-f)(-۱) = g(-۱) - f(-۱) = -۴ - ۴ = -۸ \end{cases}$$

$$g - f = \{(-۳, -۱۰), (-۲, -۱۲), (-۱, -۸)\}$$

۵۷

الف

$$\left.\begin{array}{l} \hat{B} = \hat{D} = ۹۰^\circ \\ \hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ \ \text{دو زاویه متقابل به رأس} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{بنا به حالت تساوی دو زاویه}} \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{CDE}$$

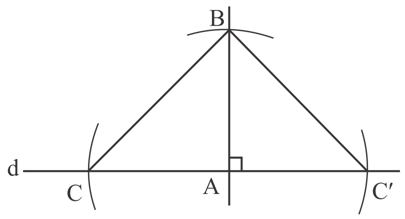
ب نسبت تشابه:

$$\frac{CE}{AC}=\frac{DE}{AB}=\frac{CD}{BC}$$

$$\frac{y}{\frac{۲۰}{۳}}=\frac{۱۲}{۴}=\frac{۱۶}{x}\Rightarrow\begin{cases}\frac{y}{\frac{۲۰}{۳}}=\frac{۱۲}{۴}\Rightarrow y=۲۰\\ \frac{۱۶}{x}=\frac{۱۲}{۴}\Rightarrow x=\frac{۱۶}{۳}\end{cases}$$

۵۸ اگر در یک مثلث، میانهٔ وارد بر یک ضلع، نصف آن ضلع باشد، آنگاه مثلث قائم‌الزاویه است.
مثلث قائم‌الزاویه است، اگر و فقط اگر میانهٔ وارد بر یک ضلع، نصف آن باشد.

۵۹ ۱ـ نقطه A را بر روی خط d در نظر گرفته و از آن خطی عمود می‌کنیم.
۲ـ به مرکز A و شعاع $۲cm$ کمانی می‌زنیم تا خط عمود را در نقطه B قطع کند.
۳ـ به مرکز B و شعاع $۴cm$ کمانی رسم می‌کنیم تا خط d را در دو نقطه C و C' قطع کند.
هر یک از مثلث‌های ABC و ABC' جواب‌های مسئله هستند.
.



۶۰ نادرست - مثال نقض: ۱۳۱

پاسخ سؤالات ۶۱ تا ۶۴

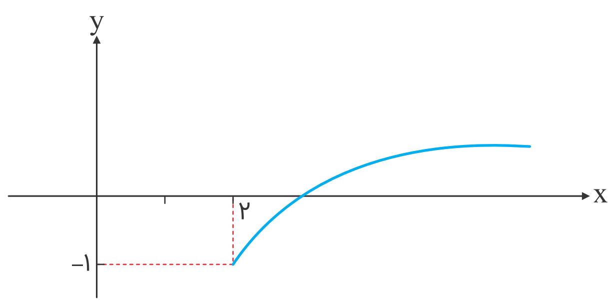
۶۱ بی‌شمار

۶۲ عمودمنصف

۶۳ قضیه

۶۴ عکس قضیه

۶۵ الف نمودار $\sqrt{x}$ را دو واحد به راست ببرید و سپس یک واحد پایین بیاورید.



ب $D_f=[۲,+\infty)$

۶۶

$$AH^{۲} = BH \times CH \Rightarrow AH^{۲} = ۱۰ \times ۱۲ \Rightarrow AH = \sqrt{۱۲۰} = ۲\sqrt{۳۰}$$

$$AB^{۲} = BH \times BC \Rightarrow AB^{۲} = ۱۰ \times ۲۲ = ۲۲۰ \Rightarrow AB = \sqrt{۲۲۰} = ۲\sqrt{۵۵}$$

$$AC^{۲} = CH \times BC \Rightarrow AC^{۲} = ۱۲ \times ۲۲ \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۶۶}$$

۶۷

$$۳\log\sqrt[۳]{۳} + ۳\log ۱۵ + ۵\log\sqrt[۵]{۴} = ۳\log ۳^{\frac{۱}{۳}} + ۳\log(۳ \times ۵) + ۵\log ۲^{\frac{۲}{۵}}$$

$$= ۳ \times \frac{۱}{۳}\log ۳ + ۳\log ۳ + ۳\log ۵ + ۵ \times \frac{۲}{۵}\log ۲$$

$$= \log ۳ + ۳\log ۳ + ۳\log ۵ + ۲\log ۲ = ۴\log ۳ + ۳(۱ - \log ۲) + ۲\log ۲$$

$$= ۴\log ۳ - \log ۲ + ۳ = ۴b - a + ۳$$

۶۸

$$\xrightarrow{\sqrt{x}=t} \frac{۷+t}{۳-t} = ۳ + t \Rightarrow ۷ + t = ۹ - t^{۲}$$

$$t^{۲} + t - ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱ : \sqrt{x} = ۱ \Rightarrow x = ۱ \\ t = -۲ : \sqrt{x} = -۲ \ \text{غ ق ق} \end{cases}$$