



# آموزشگاه ندای دانش

## نمونه سوالات

## امتحان نهایی

### گسسته

ضلع شرقی میدان هفت حوض - کوچه فاطمه الزهرا (س) - پلاک ۱۱

۷۷۹۴۴۳۷۱-۷۷۹۴۳۷۰۴-۷۷۹۵۱۳۵۷-۷۷۹۵۱۳۵۲

[www.nedaedanesh.ir](http://www.nedaedanesh.ir)



۱ برای هر سه عدد حقیقی  $x, y$  و  $z$  ثابت کنید:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

۲ اگر  $a|b$  و  $m, n$  دو عدد طبیعی باشند که  $m \leq n$ ، آنگاه  $a^m|b^n$ .

۳ اگر  $a|b$ ، آنگاه  $(a, b) = a$ .

۴ اگر  $a \equiv b \pmod{m}$  باشد، آنگاه باقی‌مانده‌های تقسیم دو عدد  $a$  و  $b$  بر  $m$  مساوی‌اند.

۵ منظور از حل معادله هم‌نهشتی، پیدا کردن همه جواب‌های حقیقی است که در معادله  $ax \equiv b \pmod{m}$  صدق کند.

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

۶ مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

۷ برای هر عدد طبیعی  $n$  بزرگ‌تر از ۱، عدد  $2^n - 1$  اول است.

۸ به روش برهان خلف نشان دهید؛ اگر  $a$  عدد صحیح فرد باشد و  $2 + a|b$ ، آنگاه  $b$  نیز عددی فرد است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

۹ رقم یکان عدد  $(2^{11} + 7)$  را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۱۰ اگر باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر دو عدد ۶ و ۷ به ترتیب ۳ و ۵ باشد، باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۴۲ بیابید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

۱۱  $a_1, a_2$  و  $a_3$  عددهایی صحیح هستند و  $b_1, b_2$  و  $b_3$  هم همان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته‌اند. ثابت کنید  $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$  عددی زوج است.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته مثال

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

۱۲ معادله سیاله  $2x + 5y = 19$  را حل کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۱۳

ثابت کنید باقی‌مانده تقسیم هر عدد بر ۹ برابر است با باقی‌مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۹.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته فعالیت  
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

۱۴

اگر عدد طبیعی  $a$ ، دو عدد  $(5k + 9)$  و  $(13k + 13)$  را عاد کند، ثابت کنید:  $a = 1$  یا  $a = 7$ .

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

۱۵

درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

الف

حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

ب

برای اعداد صحیح  $a$ ،  $b$  و  $c$  که  $a \neq 0$ ، اگر  $a|b + c$  آنگاه  $a|b$  یا  $a|c$ .

پ

معادلهٔ همبستگی  $ax \equiv b \pmod{m}$  دارای جواب است اگر و فقط اگر  $(a, m) | b$ .

ت

اگر داشته باشیم  $(a, b) = 1$  آنگاه می‌گوییم  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول‌اند.

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

۱۶

$[a, b] = c$  اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند:

$$1) a|c, b|c \quad 2) \forall m > 0, \dots$$

۱۷ دانش‌آموزی در یک آزمون علمی شرکت کرده است. او به سؤالات ۵ امتیازی و ۳ امتیازی پاسخ داده و مجموعاً ۴۲ امتیاز کسب کرده است. (پاسخ به هر سؤال یا امتیاز کامل دارد و یا امتیازی ندارد)  
این دانش‌آموز به چه صورت‌هایی توانسته این امتیاز را کسب کند؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

۱۸

ثابت کنید اگر  $p > 3$  عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت  $p = 6k + 1$  یا  $p = 6k + 5$  ( $k \in \mathbb{W}$ ) نوشته می‌شود.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۱۹

اگر  $a > 1$ ،  $a|9k + 4$  و  $a|5k + 3$ ، ثابت کنید  $a$  عددی اول است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

۲۰

هریک از گزاره‌های زیر را اثبات و یا با ارائهٔ مثال، نقض کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

الف

برای هر عدد طبیعی  $n$ ، عدد  $2^n + 1$  اول است.

ب

مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.

۲۱

فرض کنید  $m \in \mathbb{N}$  و  $a, b \in \mathbb{Z}$ . اگر  $a \equiv b \pmod{m}$  و  $n \in \mathbb{N}$  ثابت کنید:  $a^n \equiv b^n \pmod{m}$ .

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۲۲

باقی‌مانده تقسیم عدد  $A = 63^{14} + 1$  را بر ۱۶ به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

$$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

$$\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y} \text{ داریم: } x \text{ و } y \text{ حقیقی}$$

۲۴

اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند و  $ab = 0$ ، آنگاه  $a = 0$  یا  $b = 0$ .

۲۵

اگر  $a, b \in \mathbb{R}$  داریم:  $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$

۲۶

حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

۲۷

اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟

۲۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته فعالیت

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

اگر  $a|b$  و  $b \neq 0$ ، در این صورت  $|a| > |b|$ .

۲۹

برای دو عدد صحیح و ناصفر  $a$  و  $b$  اگر  $(a|c, b|c)$  و  $(\forall m > 0, a|m, b|m \Rightarrow c \leq m)$  آنگاه  $[a, b] = c$ .

۳۰

برای هر دو عدد صحیح  $a$  و  $b$  و عدد طبیعی  $m$ ، اگر باقی‌مانده تقسیم  $a$  بر  $m$  مساوی  $r$  باشد، در این صورت  $a \equiv r \pmod{m}$ .

۳۱

بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۴ و -۲ برابر ۲ است.

۳۲

اگر  $x, y$  و  $z$  سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید:  $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$

۳۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک‌تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن‌ها است.

۳۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

اگر باقی‌مانده تقسیم  $m$  و  $n$  بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد  $5n - 3m$  بر ۱۳ را به دست آورید.

۳۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید  $2 \geq \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ .

۳۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

۳۷ حاصل ضرب هر عدد گویا ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

۳۸ حاصل  $(2 + 3m)$ ، برابر ۱ می‌باشد.

۳۹ در معادله سیاله  $15x + 19y = 7$ ، بزرگ‌ترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می‌توان برای  $x$  در نظر گرفت چه مقداری می‌باشد؟ (با راه حل)

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

۴۰ معادله سیاله  $5x + 2y = 18$  را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

۴۱ حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش‌پذیر است.

۴۲ هیچ عدد صحیحی مانند  $x$  و  $y$  وجود ندارند که رابطه  $x^2 + y^2 = (x + y)^2$  برقرار باشد.

۴۳ ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج  $n$ ،  $5n + 7$  عددی فرد است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

۴۴ ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آن‌ها کمتر نیست.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته مثال

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

۴۵ اگر باقی‌مانده تقسیم عدد  $a$  بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد  $2a + 3$  بر ۸ را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

۴۶  $a$  و  $b$  اعدادی صحیح و  $a$  مخالف صفر است. اگر  $a|b$  آن‌گاه عدد ..... شمارنده عدد ..... است.

۴۷  $m$  عددی صحیح است. حاصل  $(2m, 6m^3)$  برابر با ..... است.

۴۸ باقی‌مانده تقسیم عدد  $A = 27^{20} + 18$  را بر ۱۳ بیابید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

۴۹ معادله هم‌نهشتی  $5x \equiv 2$  را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

۵۰ باقی‌مانده تقسیم عدد  $A = (1000)^{25} \times 9 + 11$  را بر ۷ بیابید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

۵۱ اگر  $n \in \mathbb{N}$ ،  $n|9k + 7$  و  $n|7k + 6$ ، ثابت کنید  $n = 1$  یا  $n = 5$ .

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

باقی‌مانده تقسیم  $a$  بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می‌باشد، باقی‌مانده تقسیم  $a$  بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل) **۵۳**

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ارائه دهید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. **۵۴**

اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش‌پذیر است. **۵۵**

اگر عددی مانند  $k$  در  $\mathbb{Z}$  باشد، به طوری که  $1 + 4k$ ، ثابت کنید  $6 + 28k + 25k^2$ . **۵۶**

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

اگر  $3 + 2m + a$  و  $7 + m + a$  در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای  $a$  وجود دارد؟ **۵۷**

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

معادله  $1 \equiv x^2 \pmod{7}$  را حل کنید. **۵۸**

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

ثابت کنید اگر  $p \geq 5$  عددی اول باشد، آن‌گاه به یکی از دو صورت  $p = 4k + 1$  یا  $p = 4k + 3$  نوشته می‌شود. **۵۹**

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر  $a > 0$  آنگاه  $2 \geq a + \frac{1}{a}$ . **۶۰**

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

پاسخ هریک از سؤالات زیر را به دست آورده و دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

اگر  $a$  عددی صحیح و فرد باشد و  $2 + b \mid a$  در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد  $3 + b^2 + a^2$  بر ۸ بیابید. **۶۱**

مطلوب است باقی‌مانده تقسیم عدد  $10 + 12 \times (1000)^{13}$  بر عدد ۷. **۶۲**

در جاهای خالی عبارت‌های مناسب بنویسید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

حاصل  $(m^5, m^2)$  برابر با ..... است. **۶۳**

اگر برای دو عدد صحیح و ناصفر  $a$  و  $b$  داشته باشیم  $(a, b) = 1$ ، می‌گوییم  $a$  و  $b$  ..... هستند. **۶۴**

فرض کنید  $a$  عددی طبیعی باشد، حاصل  $[21a^2, 35a^3]$  را به دست آورید. **۶۵**

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۰

الف حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ، گویا) است.

۶۷

ب اگر برای دو عدد صحیح  $a$  و  $b$  داشته باشیم  $a|b$ ، برای هر  $m \in \mathbb{Z}$  داریم:  $(a|mb, ma|b)$

۶۸

پ اگر  $a|b$  آنگاه  $b$  و  $a$  برابر با  $(a, |a|)$  است.

۶۹

ت اگر  $(c, m) = d$  و  $ac \equiv bc \pmod{m}$ ، آنگاه رابطه  $(a \equiv b \pmod{m}, a \equiv b \pmod{d})$  برقرار خواهد بود.

۷۰

۶۸ گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید:

۷۱

"برای هر دو عدد حقیقی  $x$  و  $y$  داریم:  $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1)$ "

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

۶۸ اگر  $k$  حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه  $k + 1$  مربع کامل است.

۷۲

۶۹ هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول‌اند.

۷۳

۷۰ ثابت کنید باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر یک است.

۷۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۰

۷۱ ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهستی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر برای اعداد صحیح  $a, b, c$  و عدد طبیعی  $m$ ، اگر  $a \equiv b \pmod{m}$  و  $ac \equiv bc \pmod{m}$

۷۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

۷۲ اگر در تقسیم، مقسوم و مقسوم‌علیه، هر دو بر عدد صحیح  $\pi$  بخش‌پذیر باشند، ثابت کنید باقی‌مانده تقسیم نیز همواره بر  $\pi$  بخش‌پذیر است.

۷۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۰

۷۳ باقی‌مانده تقسیم  $(38^{36} + 19)$  را بر ۴ به دست آورید.

۷۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

۷۴ اگر  $a$  عددی طبیعی باشد، حاصل  $(5a + 4, 2a + 3)$  را به دست آورید.

۷۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

۷۵ اگر  $x$  یک عدد گنگ باشد،  $\frac{1}{x}$  نیز عددی گنگ است.

۷۹

۷۶ اگر  $a|b + c$  آنگاه  $a|b$  یا  $a|c$ .

۸۰

۷۷ برای مقادیر حقیقی و ناصفر  $a$  و  $b$  به شرط آنکه  $a + b \neq 0$  تساوی  $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  برقرار است.

۸۱

۷۸ اگر عدد طبیعی  $a > 1$ ، در دو شرط  $a|4k + 9$  و  $a|6k + 14$  صدق کند، مقدار  $a$  را بیابید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

۷۹ اگر  $a$  و  $b$  عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد  $(a^2 + b^2 + 5)$  را بر ۸ بیابید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

۸۰ اگر  $a > 1$  و  $a|9k + 4$  و  $a|5k + 3$ ، ثابت کنید  $a$  عددی اول است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

۸۱ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد گنگ باشند ولی  $\alpha + \beta$  گویا باشد، ثابت کنید  $\alpha - \beta$  گنگ است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

۸۲ اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد  $a$  و  $b$  بر ۱۷ برابر ۳ و ۵ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد  $(2a - 5b)$  بر ۱۷ را بیابید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

۸۳ باقی‌مانده تقسیم  $13^{22}$  را بر ۱۷ به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

۸۴ اگر  $a|b$  آنگاه  $[a, b] = |b|$ .

۸۵ معادله هم‌نهشتی  $ax \equiv b \pmod{m}$  دارای جواب است اگر و تنها اگر  $(a, b) | m$ .

۸۶ معادله سیاله  $6x + 7y = 185$  را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۰

۸۷ جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی  $9x + 13y = 7$  را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

۸۸ معادله هم‌نهشتی  $3^y x \equiv 13 \pmod{3}$  را حل و جواب عمومی آن را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

گزاره‌های درست را مشخص کرده و برای گزاره‌های نادرست، مثال نقض ارائه کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

۸۹ برای هر عدد طبیعی  $n$  بزرگ‌تر از ۱، عدد  $2^n - 1$  اول است.

۹۰ برای دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$ ، اگر  $a|b$  آنگاه  $[a, b] = |b|$ .

۹۱ معادله هم‌نهشتی  $ax \equiv b \pmod{m}$  دارای جواب است اگر و تنها اگر  $(a, b) | m$ .

۹۲ باقی‌مانده تقسیم عدد  $200! + 199! + 198! + 197! + 196! + \dots + 2! + 1!$  بر ۱۵ به دست آورید. (! نماد فاکتوریل است)

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱



گزارهٔ زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید:  
(برای هر دو عدد حقیقی  $x$  و  $y$  داریم:  $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$ )

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷  
کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین

www.nedaedanehsh.ir



منبع:

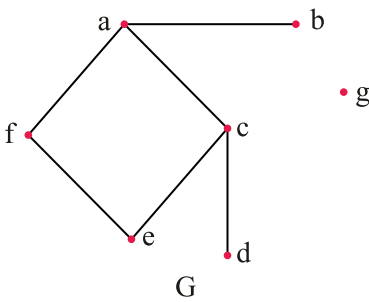
۱ یک گراف ۵ رأسی غیرتهی  $k$  - منتظم رسم کنید به طوری که:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

الف  $k$  بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.

ب  $k$  کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.

۲ گراف  $G$  به صورت زیر رسم شده است. باتوجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

الف مرتبه و اندازه آن را بنویسید.

ب مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.

پ مجموعه  $N_G[c]$  را بنویسید.

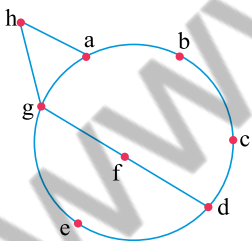
ت دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید.

ث حاصل عبارت  $q(\bar{G}) + \deg_{\bar{G}}(g)$  را به دست آورید.

۳ گراف کامل  $K_p$  دارای ۱۰ یال است. ابتدا  $p$  را به دست آورید، سپس گراف را رسم کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۴ باتوجه به گراف  $G$  (شکل زیر)، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

الف عدد احاطه‌گری را برای گراف مشخص کنید.

ب یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.

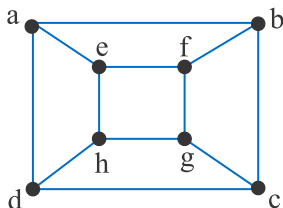
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

- ۵ گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف ..... می‌گوییم.
- ۶ تعداد رئوس فرد هر گراف عددی ..... است.
- ۷ مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه  $p$  برابر ..... است.
- ۸ گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد  $k$  باشد، گراف ..... می‌گوییم.
- ۹ گراف  $G$  با مجموعه رأس‌های  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$  و مجموعه یال‌های زیر در نظر بگیرید:

$$E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$$

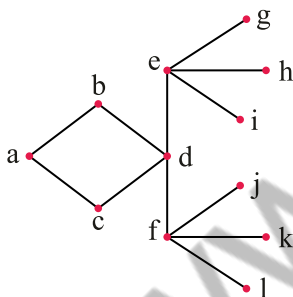
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

- الف نمودار گراف را رسم کنید.
- ب  $N_G[b]$  را مشخص کنید.
- پ یک مسیر به طول ۵ از  $b$  به  $d$  بنویسید.
- ۱۰ عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

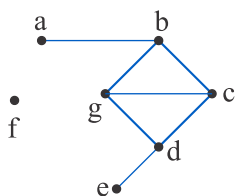
گراف زیر را در نظر بگیرید:



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

- الف عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.
- ب یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.
- پ یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.

باتوجه به گراف  $G$  (شکل زیر)، به سوالات زیر پاسخ دهید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

۱۲ مسیر به طول ۳ از  $a$  به  $c$  بنویسید.

۱۳ یک دور به طول ۴ مشخص کنید.

۱۴ درجه رأس  $a$  در گراف  $\overline{G}$  را تعیین کنید.

۱۵ آیا گراف  $G$  همبند است؟ دلیل ارائه کنید.

۱۶  $N_G(f)$  را معین کنید.

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

۱۷ گراف  $G$  را ..... می‌نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.

۱۸ مقدار  $\chi(C_n)$  به ازای هر عدد طبیعی  $n > 2$  برابر است با: .....

۱۹ به سوالات زیر پاسخ دهید.

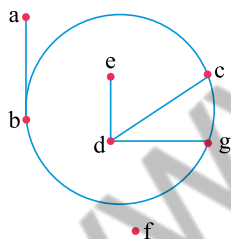
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

الف گراف  $P_8$  را رسم کنید.

ب یک  $\gamma$ -مجموعه از آن را مشخص کنید.

پ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.

۲۰ باتوجه به گراف  $(G)$  (شکل زیر)، به سوالات زیر پاسخ دهید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

الف یک مسیر به طول ۳ از  $a$  به  $c$  بنویسید.

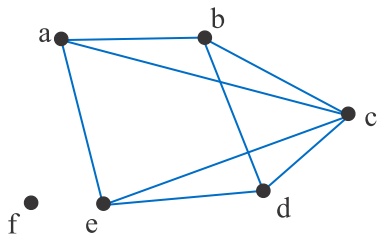
ب یک دور به طول ۴ مشخص کنید.

پ درجه رأس  $a$  در گراف  $\overline{G}$  را تعیین کنید.

ت آیا گراف  $G$  همبند است؟ (با ذکر دلیل)

ث  $N_G[f]$  را بنویسید.

گراف  $G$  به صورت زیر رسم شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

الف  $\Delta(G)$  و  $\delta(G)$  را مشخص کنید.

الف

ب سه دور به طول ۳ بنویسید.

ب

پ ماکزیمم درجه در مکمل گراف  $G$  چند است؟

پ

ت  $N_G(e)$  را با اعضا بنویسید.

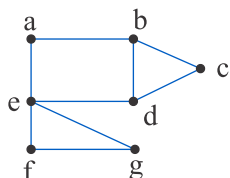
ت

ث آیا گراف  $G$  همبند است؟

ث

۲۲ عدد احاطه‌گری گراف شکل زیر را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید.

۲۲



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

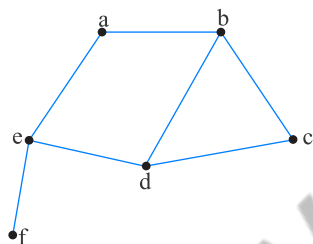
۲۳ آیا گراف  $\Gamma$  رأسی ۳-منتظم وجود دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.

۲۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۲۴ شکل زیر نمودار گراف  $G$  می‌باشد.

۲۴



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

الف مرتبه و اندازه گراف  $G$  را بنویسید.

الف

ب مجموعه  $N_G(b)$  را بنویسید.

ب

پ مجموع درجه‌های رأس‌های گراف  $\bar{G}$  را مشخص کنید.

پ

۲۵ گراف  $G$ ، ۶ رأسی ۳-منتظم است.

۲۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

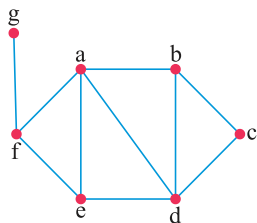
الف اندازه گراف  $G$  را بیابید.

الف

ب نمودار گراف  $G$  را رسم کنید.

ب

گراف  $G$  به صورت زیر رسم شده است. باتوجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

الف) مجموعه  $N_G(g)$  را بنویسید.

ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس  $a$  بنویسید.

پ) درجه رأس  $c$  در گراف  $\bar{G}$  (مکمل گراف  $G$ ) را مشخص کنید.

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

۲۷) یک گراف کامل ۸ رأسی، ..... یال دارد.

۲۸) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با  $\Delta = 3$ ، حداقل ..... رأس برای احاطه همه رئوس لازم است.

۲۹) اگر در گراف  $G$  از مرتبه  $p$  داشته باشیم  $\chi(G) = 1$ ، در این صورت  $\Delta(G)$  برابر ..... است.

جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

۳۰) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس ..... می‌نامیم.

۳۱) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف ..... می‌نامیم.

۳۲) تعداد یال‌های گراف  $K_4$  برابر با ..... است.

۳۳) گراف  $G$  را ..... می‌نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.

۳۴) ثابت کنید هر مجموعه احاطه‌گر دلخواه غیرمینیمال را می‌توان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال تبدیل کرد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

۳۵) تفاوت بین مجموعه احاطه‌گر مینیمال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

۳۶) ابتدا گراف  $P_9$  را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

۳۷) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه‌گری ۳ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه‌گر با اندازه ۳ داشته باشد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

۳۸) به گراف ۸ رأسی  $3$ -منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل)

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

درست یا نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. **۳۹**

عدد احاطه‌گری  $P_{10}$  برابر عدد ۳ است. **۴۰**

یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. **۴۱**

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

گراف  $C_7$  را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید. **۴۲**

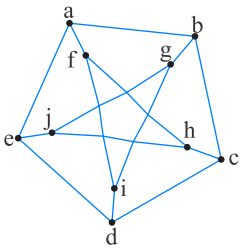
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

یک مجموعه احاطه‌گر ۴ عضوی بنویسید. **الف**

عدد احاطه‌گری  $C_7$  را به دست آورید. **ب**

دو مجموعه احاطه‌گر مینیمم متمایز بنویسید. **پ**

در گراف زیر یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید. **۴۳**



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

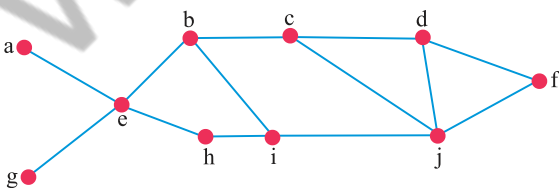
مجموع درجه‌های رأس‌های هر گراف ..... تعداد یال‌ها است. **۴۴**

در یک گراف  $k$  - منتظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با ..... است. **۴۵**

در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف  $G$ ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه‌گر ..... گراف  $G$  می‌نامیم. **۴۶**

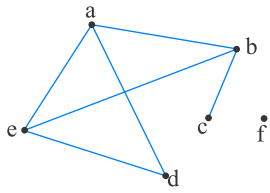
یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رأس‌هایش، دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر ..... می‌نامیم. **۴۷**

عدد احاطه‌گری گراف شکل زیر را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید. **۴۸**



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱



گراف  $G$  را در نظر گرفته و به سؤالات زیر پاسخ دهید. ۵۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

الف  $N_G[a]$  را با اعضا مشخص کنید.

ب یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید.

پ یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از  $a$  به  $c$  بنویسید.

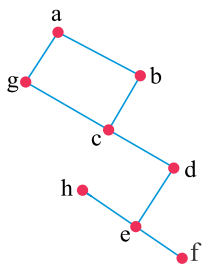
به سؤالات زیر پاسخ دهید:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

۵۱ یک گراف ۶ رأسی که  $\gamma$  - مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید.

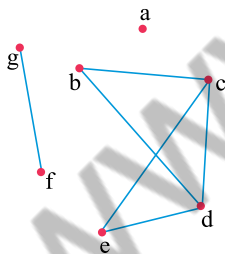
۵۲ یک گراف ۶ رأسی که  $\gamma$  - مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.

۵۳ عدد احاطه‌گری گراف شکل زیر را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

گراف  $G$  (شکل زیر) را در نظر بگیرید: ۵۴



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

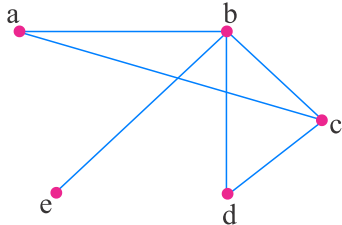
الف  $\Delta(G)$  و  $\delta(G)$  را مشخص کنید.

ب دوری به طول ۴ بنویسید.

پ دو مسیر به طول ۳ با شروع از رأس  $b$  بنویسید.

ت  $N_G(f)$  را با اعضا مشخص کنید.





امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

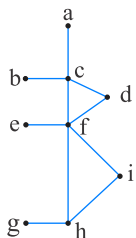
- الف) درجه رأس  $e$  در گراف مکمل  $G$  چند است؟
- ب) تمام دورهای موجود در گراف  $G$  را بنویسید.
- پ)  $\Delta(G)$  را مشخص کنید.

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

- ۵۶) مرتبه گراف نشان دهنده تعداد ..... گراف است.
- ۵۷) اگر یک یال، یک رأس را به خود آن رأس وصل کند، این یال را ..... می‌نامیم.
- ۵۸) دو یال را ..... می‌نامیم هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها را به هم متصل کند.
- ۵۹) تعداد رأس‌های فرد هر گراف عددی ..... است.
- ۶۰) گراف  $k$ -منتظم از مرتبه  $n$  را تعریف کنید.

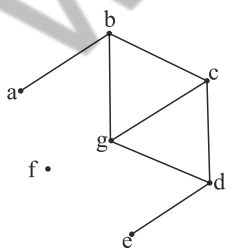
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

۶۱) برای گراف زیر:

- الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید.
- ب) مجموعه‌ای از رؤس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.
- ۶۲) باتوجه به گراف  $G$  (شکل زیر) به سؤالات زیر پاسخ دهید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

الف یک  $c - a$  مسیر به طول ۳ بنویسید.

ب یک دور به طول ۴ مشخص کنید.

پ درجه رأس  $a$  در گراف  $G$  را تعیین کنید.

ت آیا گراف  $G$  همبند است؟ چرا؟

ث یک زیرگراف تهی ۵ رأسی از گراف  $G$  رسم کنید.

۶۳ اگر  $n$  تعداد رئوس گراف و  $\Delta$  ماکزیمم درجه گراف باشد:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

الف گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر  $\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$  است.

ب گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از  $\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$  باشد.

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

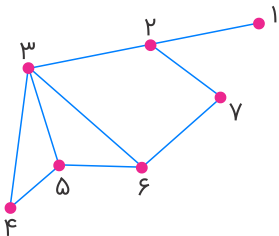
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

۶۴ تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است.

۶۵ یک گراف ۲-منتظم ۱۲ رأسی بکشید که عدد احاطه‌گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

۶۶ در گراف  $G$  که شکل آن در زیر داده شده است:

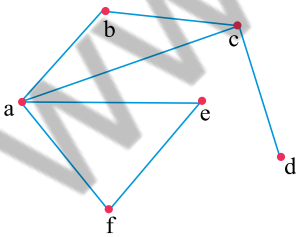


امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

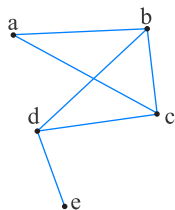
الف یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۳ عضو بنویسید.

ب عدد احاطه‌گری  $G$  را تعیین کنید.

۶۷ عدد احاطه‌گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

الف  $\delta(G)$  را مشخص کنید.

ب اندازه گراف را تعیین کنید.

پ مجموعه همسایگی بسته رأس  $b$  را بنویسید.

ت اگر  $N_G(d) = \{e, x, b\}$  باشد،  $x$  کدام رأس است؟

۶۹ ثابت کنید تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

۷۰ گراف کامل  $K_p$  دارای  $3^6$  یال است. در این گراف، مرتبه گراف و  $\Delta(G)$  را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

۷۱ گراف  $G$  با مجموعه رأس‌های  $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$  و مجموعه یال‌های  $E(G) = \{ae, bc, bd, be, ec, ed\}$  مفروض است. بدون کشیدن نمودار آن به قسمت‌های (الف) تا (ج) پاسخ دهید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

الف مجموعه همسایگی باز رأس  $d$  را بنویسید.

ب اندازه گراف را مشخص کنید.

پ مجموع درجات رؤس این گراف برابر با چند است؟

در جاهای خالی عبارت‌های مناسب بنویسید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

۷۲ یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر ..... می‌نامیم.

۷۳ تعداد یال‌های گراف  $K_7$  برابر ..... است.

۷۴ درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۰

الف هر مجموعه احاطه‌گر مینیمال، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

ب اگر  $G$  یک گراف  $n$  رأسی با ماکزیمم درجه  $\Delta$  باشد، آنگاه  $\gamma(G) > \left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ .

پ در گراف  $P_n$  عدد احاطه‌گری برابر با  $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$  است.

ت  $\lceil 3/48 \rceil = 4$



۱ نشان دهید در یک خانواده ۵ نفری حداقل دو نفر فصل تولدشان یکسان است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۲ معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 14$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آنکه  $x_1 \geq 1$  و  $x_3 > 3$  باشند؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۳ ابتدا شرط متعامد بودن دو مربع لاتین را نوشته و سپس دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

۴ چند عدد طبیعی مانند  $n$  به طوری که  $1 \leq n \leq 350$  وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

۵ ۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می‌توانیم به چند طریق در قفسه‌ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

الف همواره کتاب‌های فیزیک کنار هم باشند.

ب هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند.

پ یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.

۶ کوتاه پاسخ دهید.

علی و حسین و پنج نفر دیگر را به چند طریق می‌توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

الف علی و حسین کنار هم باشند.

ب ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند.

۷ هشت نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق سه نفره، چهار نفره و یک نفره قرار بگیرند؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۸ ۱۳ نقطه درون یک مستطیل  $8 \times 6$  قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آن‌ها از هم، کمتر از  $\sqrt{8}$  باشد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

۹ دو مربع لاتین متعامد  $3 \times 3$  را بنویسید. (دلیل متعامد بودن آن‌ها را بیان کنید).

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

۱۰ معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$  چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آنکه  $x_2 = 4$  و  $x_4 \geq 3$  باشد؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ |
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۳ | ۱ | ۲ |

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

تعداد توابع یک‌به‌یک، از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۷ عضوی را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود)

۱۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$  چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آنکه  $x_1 > 2$  و  $x_4 \geq 4$  باشد؟

۱۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰۰ ( $1 \leq n \leq 500$ ) چند عدد وجود دارد که بر هیچ‌یک از اعداد ۴ و ۵ بخش‌پذیر نباشند؟

۱۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

یک مربع لاتین چرخشی  $4 \times 4$  بنویسید.

۱۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ( $1 \leq n \leq 200$ ) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش‌پذیر باشند ولی بر ۷ بخش‌پذیر نباشند؟

۱۶

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

به سوالات زیر پاسخ دهید.

۱۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

الف) تمام مربع‌های لاتین  $2 \times 2$  را بنویسید.

الف

ب) آیا دو مربع لاتین  $2 \times 2$  متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید.

ب

تعداد تابع‌های یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی چندتا است؟ (با ذکر دلیل)

۱۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

۸ نفر را که برای یک برنامه تلوویزیونی پیامک ارسال کرده‌اند، انتخاب کرده‌ایم و می‌خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر (با قرعه‌کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟ (یک نفر می‌تواند ۴ جایزه را برنده شود)

۱۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

چهار برادر و سه خواهر می‌خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنار هم قرار بگیرند، آنگاه این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۲۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

می‌خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان‌پذیر است؟

۲۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن‌ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟

۲۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

هرگاه  $(kn + 1)$  کبوتر یا بیشتر در ..... لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ..... کبوتر در آن قرار گرفته است.

۲۳

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله زیر را با شرایط داده‌شده به دست آورید.

۲۴

$$x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9 \quad (x_i \geq 0, 1 \leq i \leq 4, x_5 = 2)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$  با شرط  $x_1 > 2$  و  $x_5 \geq 4$  را محاسبه کنید.

۲۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می‌سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم، لاقل ۳ صندلی هم‌رنگ و هم‌مدل ساخته است؟

۲۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

قرار است چهار مدرس  $T_1, T_2, T_3, T_4$  در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس  $C_1, C_2, C_3, C_4$  به‌گونه‌ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه‌ریزی نمایید.

۲۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۸

با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ و ۰ چند کد ۸ رقمی می‌توان نوشت؟

۲۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۲

برای کنار هم قرار گرفتن ۴ دانش‌آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش‌آموز پایه یازدهم مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن  $4! \times 7!$  باشد.

۲۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۴۰۱

در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۴ نفر والیبال بازی می‌کنند. مشخص کنید چند نفر نه فوتبال بازی می‌کنند و نه والیبال، به شرط آن‌که بدانیم ۹ نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند.

۳۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته شهریور ۱۳۹۹

در هر مورد متعامد بودن دو مربع لاتین داده‌شده را بررسی کنید.

۳۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

الف

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱ | ۳ | ۲ |
| ۲ | ۱ | ۳ |

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۲ | ۱ | ۳ |
| ۱ | ۳ | ۲ |
| ۳ | ۲ | ۱ |

ب

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ |
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۱ | ۲ | ۳ |

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

در یک مربع لاتین چرخشی  $4 \times 4$  مجموع درایه‌های روی قطر اصلی برابر ..... است.

۳۲

تعداد توابع یک‌به‌یک از یک مجموعه ۳ عضوی یک مجموعه ۵ عضوی برابر ..... است.

۳۳

به سوالات زیر پاسخ دهید:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

به چند طریق می‌توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن‌که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟

۳۴

به چند طریق می‌توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن‌که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود؟

۳۵

معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آنکه  $x_3 = 4$  و  $x_5 > 2$  باشد؟

۳۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

پاسخ کوتاه دهید.

۳۷

می‌خواهیم با حروف "ب" و "ج" و ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۸ رمزی شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

تعداد رمزهایی که هریک از آن‌ها با یک حرف آغاز و با حرف دیگر خاتمه یابد.

الف

تعداد رمزهایی که در آن‌ها حروف کنار هم باشند.

ب

در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

مجموع درایه‌های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر با ..... است.

۳۸

با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟

۳۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

به چند طریق می‌توان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد، اگر بخواهیم از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم.

۴۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول به تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.

۴۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشند.

۴۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع A را جابه‌جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه‌جا کنید و مربع حاصل را B نام‌گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید و با اعمال یک جایگشت بر روی ۱, ۲, ۳, ۴ یک مربع لاتین جدید به دست آورید.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| ۲ | ۱ | ۴ | ۳ |
| ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳ | ۴ | ۱ | ۲ |
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

با ارقام ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۴ چند عدد ۷ رقمی می‌توان نوشت؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

چهار دانش‌آموز پایه دهم و سه دانش‌آموز پایه یازدهم، به چند طریق می‌توانند در یک ردیف قرار گیرند به طوری که:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

الف) هیچ دو دانش‌آموز هم‌پایه کنار هم نباشند.

ب) همواره دانش‌آموزان پایه دهم کنار هم باشند.

به چند طریق می‌توان چهار خودکار متفاوت را بین هشت نفر توزیع کرد به شرط آنکه هیچ‌کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم)

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

معادله  $10 = x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه‌ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یک بار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه‌ریزی کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

ثابت کنید اگر در دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لااقل ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۱

قرار است سه کارگر  $W_1, W_2, W_3$  در سه روز متوالی با سه ماشین نخریسی و با سه نوع الیاف کار کنند، به گونه‌ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار رفته باشد. برای این منظور برنامه‌ریزی کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰



۵۳

در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می‌کنند. اگر بدانیم ۳ نفر هم فوتبال، هم والیبال و هم بسکتبال بازی می‌کنند و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال و ۳ نفر فوتبال و بسکتبال بازی می‌کنند، مشخص کنید چند نفر فقط در یک رشته بازی می‌کنند؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

۵۴

اگر داشته باشیم  $A = \{۷, ۸, ۹\}$  و  $B = \{a, b, c, d, e, f\}$  در این صورت چند کد با شش کاراکتر متمایز می‌توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از  $A$  و چهار حرف از  $B$  باشد؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۲

۵۵

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = ۱۰$  با شرط  $x_i = ۲, ۳, ۴, ۵$  ;  $x_i > ۰$  را محاسبه کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۸

۵۶

در یک اردوی دانش‌آموزی حداقل چند دانش‌آموز حضور داشته باشند تا اطمینان داشته باشیم که لاقط هفت نفر از آن‌ها ماه تولد یکسانی دارند؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۳۹۹

۵۷

به چند طریق می‌توان از بین ۶ نوع گل ۱۲ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم: از گل نوع اول حداقل یک شاخه، از گل نوع چهارم بیش از ۳ شاخه و از گل نوع ششم فقط یک شاخه انتخاب کنیم.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته خرداد ۱۴۰۰

۵۸

اگر داشته باشیم  $A = \{۱, ۲, ۳, ۴\}$  و  $B = \{۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$ ، در این صورت چند کد یا رمز ۵ رقمی می‌توان نوشت که هر یک شامل دو رقم (متمايز) از  $A$  و سه رقم (متمايز) از  $B$  باشد؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

۵۹

می‌خواهیم با حروف "ش"، "الف" و "ت" و ۵ عدد ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ یک رمز شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است، تعداد کل رمزهایی که در هر یک از آن‌ها حروف کنار هم باشند.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۰

۶۰

مجموعه  $S = \{۱, ۲, \dots, ۴۰۰\}$  را در نظر بگیرید. چند عدد در  $S$  وجود دارند به طوری که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش‌پذیر باشند.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

۶۱

قرار است سه مدرس  $T_1$  و  $T_2$  و  $T_3$  در سه جلسه متوالی در سه کلاس  $C_1$  و  $C_2$  و  $C_3$  به گونه‌ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور، با استفاده از مربع لاتین، برنامه‌ریزی کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

۶۲

به چند روش می‌توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که، از گل نوع سوم فقط ۳ شاخه و از گل نوع چهارم دست‌کم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

۶۳

معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = ۱۷$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آنکه  $x_5 = ۲$  و  $x_2 > ۲$  باشند.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

۶۴

حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لاقط ۲۰ نفر از آن‌ها روز تولدشان یکسان است؟ (سال را غیرکبیسه در نظر بگیرید)

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

۶۵

هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ انتخاب می‌کنیم، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آن‌ها کمتر از  $\sqrt{۸}$  است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین سه نفر توزیع کرد به شرط آنکه به هر نفر حداقل ۱ خودکار داده باشیم؟ (راه‌حل نوشته شود)

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

تعداد توابع یک‌به‌یک از یک مجموعه ۲ عضو به یک مجموعه ۳ عضو برابر ۶ است.

با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضو به یک مجموعه ۳ عضو را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین  $3 \times 3$  زیر متعامند؟

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ |
| ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۳ | ۱ |

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳ |
| ۲ | ۳ | ۱ |
| ۳ | ۱ | ۲ |

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

حداقل چند نفر در یک سالن همایش حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم دست‌کم ۳ نفر وجود دارند که دو حرف اول و دوم نام خانوادگی آن‌ها مانند هم و غیرتکراری است؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

چند عضو از مجموعه  $S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 630\}$  نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیرند؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند.

ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.

ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی، حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۰

با حروف کلمه "می‌سی‌سی‌پی" چند جایگشت ۸ حرفی با معنای بی‌معنا می‌توان نوشت؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

می‌خواهیم ۸ نفر را که دوه‌دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه‌روی برادرش بنشیند، به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته تمرین  
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید و متعامد بودن آن‌ها را نشان دهید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

۷۷

معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$  چند جواب صحیح و نامنفی دارد. به شرط آنکه  $x_1 > 2$ ،  $x_3 > 3$  باشند.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

۷۸

مجموعه اعداد  $A = \{1, 2, 3, \dots, 14\}$  را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیرمجموعه ۴۳ عضوی از  $A$  دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۸

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۱

۷۹

دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.

۸۰

با ارقام ۴، ۳، ۷، ۸، ۶ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت که:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

الف

اعداد زوج کنار هم باشند.

ب

اعداد فرد کنار هم باشند.

۸۱

از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰،  $(1 \leq n \leq 300)$  چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش‌پذیر است ولی بر ۵ بخش‌پذیر نیست؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۴۰۰

۸۲

به چند طریق می‌توان ۸ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد، هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد؟

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۷

۸۳

مربع لاتین  $A$  را در نظر بگیرید.

$$A = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم ریاضیات گسسته دی ۱۳۹۹

الف

با اعمال یک جایگشت روی درایه‌های مربع لاتین  $A$ ، مربع لاتین  $B$  را تولید کنید.

ب

متعامد بودن دو مربع لاتین  $A$  و  $B$  را بررسی کنید.