



آموزشگاه ندای دانش

پاسخنامه نمونه سوالات

امتحان نهایی

حسابان ۲

ضلع شرقی میدان هفت حوض - کوچه فاطمه الزهرا (س) - پلاک ۱۱

۷۷۹۴۴۳۷۱-۷۷۹۴۳۷۰۴-۷۷۹۵۱۳۵۷-۷۷۹۵۱۳۵۲

www.nedaedanesh.ir



پاسخ سؤال ۱

۱

۱

۲

۲

۳

۳

$$x + 1 \leq 2x - 3 \Rightarrow x \geq 4$$

مرحله ۱: $f(x) - 2 = (x - 1)^2 - 2$

مرحله ۲: $f(x + 1) - 2 = x^2 - 2$

مرحله ۳: $-f(x + 1) + 2 = -x^2 + 2$

الف $(0, +\infty)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی) و $(-\infty, 0)$ اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)

۴

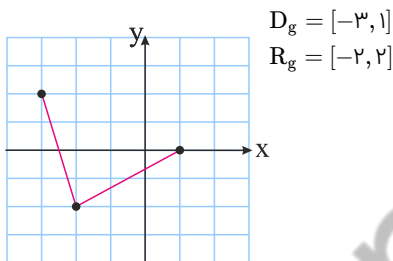
ب خیر، در کل دامنه اکیداً یکنوا نیست.

ب

۵

الف

۶



$$y = 2\sqrt{x - 3}$$

۷

پاسخ سؤال ۸

۸

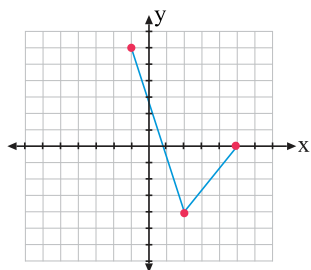
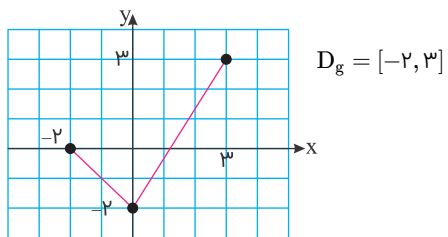
۸

پاسخ سؤال ۹

۹

۹

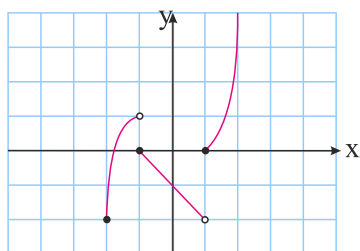
پاسخ سؤال ۱۰



الف ۱۲

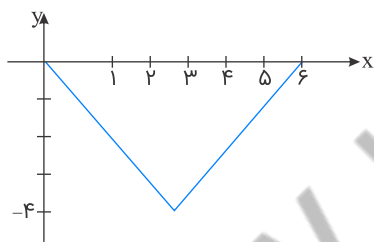
ب [-1, 5]

۱۳



$[-2, -1]$ صعودی، $[1, +\infty)$ صعودی، $[-1, 1)$ نزولی

۱۴



پاسخ سؤال ۱۵

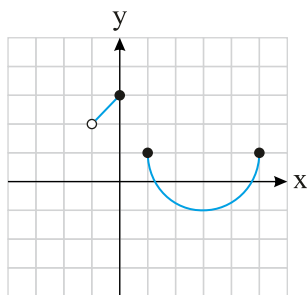
۱۵ دامنه تابع $f(x) = 3x + 1$ برابر $[-1, 0]$ است. (۵/۵)

پاسخ سؤالات ۱۶ تا ۱۷

۱۶ درست

۱۷ نادرست

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow p(-1) = 2 \Rightarrow (-1)^2 + k(-1)^2 - 3 = 2 \Rightarrow k = 4$$



پاسخ سؤال ۲۰

ثابت

۲۰

پاسخ سؤالات ۲۱ تا ۲۴

۷

۲۱

$$g(x) = x^3$$

۲۲

محور طولها

۲۳

$$(-2, +\infty)$$

۲۴

پاسخ سؤالات ۲۵ تا ۲۶

درست

۲۵

درست

۲۶

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow 2x+1 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$$

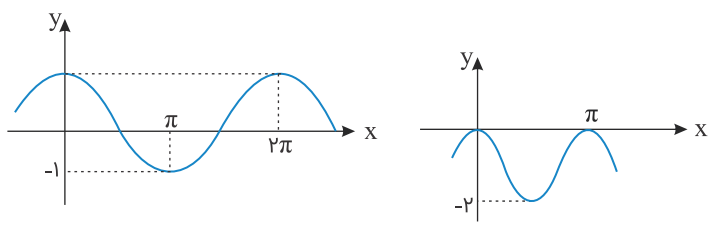
۲۷

$$3^{2x-10} \leq 3^{-4}$$

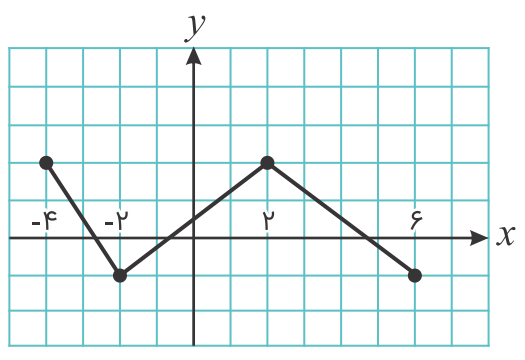
$$2x - 10 \leq -4 \Rightarrow x \leq 3$$

۲۸

ابتدا نمودار تابع $y = \cos x$ را در راستای محور x منقبض و سپس نمودار را روی محور y یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم:



رسم هر نمودار (۵/۰) نمره

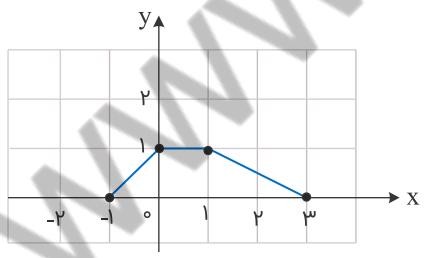


$$\begin{cases} p(2) = 0 \Rightarrow \lambda - 2a + b = 0 \\ p(-1) = 3 \Rightarrow a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -\lambda \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۳۲

نادرست است.

$$x^5 + 2x^4 = (x + 2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$



$$\begin{aligned} x - 2 = 0 &\Rightarrow x = 2 \Rightarrow P(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -6 \quad (۵/۰) \\ x + 1 = 0 &\Rightarrow x = -1 \Rightarrow P(-1) = 3 \Rightarrow a - b = 3 \quad (۵/۰) \\ a = 1 \quad (۵/۲) &, \quad b = -5 \quad (۵/۲) \end{aligned}$$

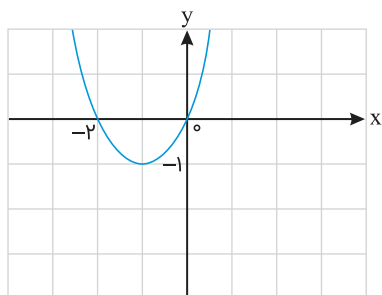
پاسخ سؤالات ۳۶ تا ۳۸

درست ۳۶

درست ۳۷

نادرست ۳۸

۳۹



اکیداً صعودی: $[-1, +\infty)$
 اکیداً نزولی: $(-\infty, -1]$

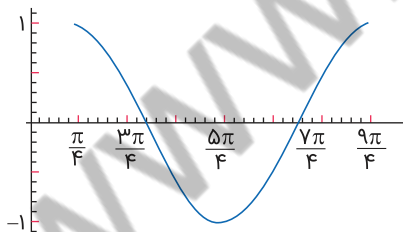
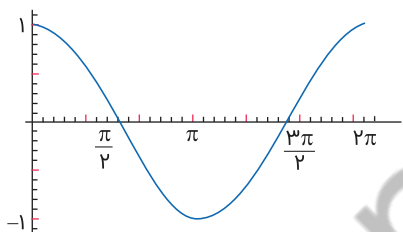
پاسخ سؤال ۴۰

نادرست است. ۴۰

پاسخ سؤال ۴۱

۴ ۴۱

۴۲



$$f(-1) = 0 \Rightarrow 1 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$f(2) = 4 - 4 - 3 = -3$$

۴۳

پاسخ سؤال ۴۴

درست ۴۴

پاسخ سؤال ۴۵

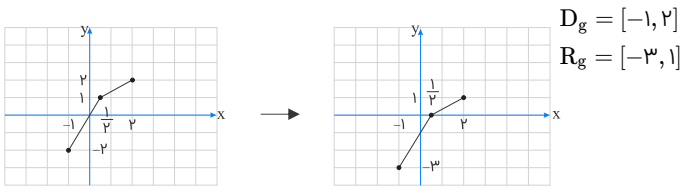
یکنوا ۴۵

۴۶

۴۷

۴۸

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow p\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 = r$$



$$\begin{aligned}
 x = 2 &\Rightarrow \lambda + 2a + 2b + 1 = 0 \Rightarrow 2a + 2b = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} - b \\
 x = -1 &\Rightarrow -1 + a - b + 1 = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b
 \end{aligned}$$

پاسخ سؤال ۴۹

(-1, 4) ۴۹

پاسخ سؤالات ۵۰ تا ۵۱

درست ۵۰

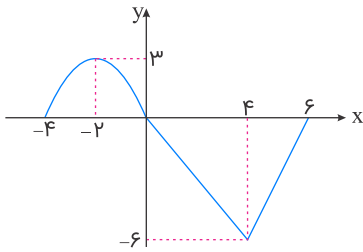
درست ۵۱

پاسخ سؤالات ۵۲ تا ۵۳

درست ۵۲

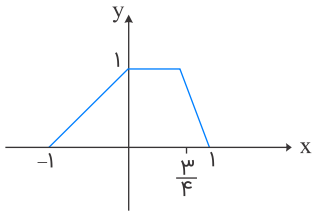
نادرست ۵۳

۵۴



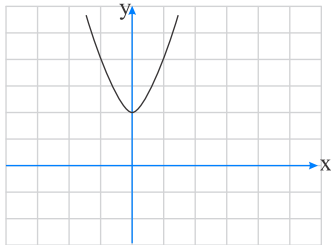
$$D = [-4, 6]$$

$$x = a \Rightarrow 2a^2 - \lambda = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow a = \pm\sqrt{\frac{\lambda}{2}}$$



پاسخ سؤال ۵۷

درست

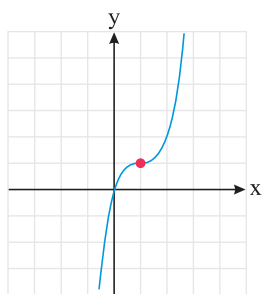


اکیداً نزولی $(-\infty, 0)$
 اکیداً صعودی $(0, +\infty)$

$$x^6 - 1 = (x + 1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

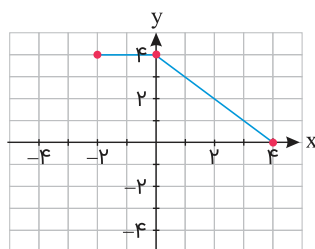
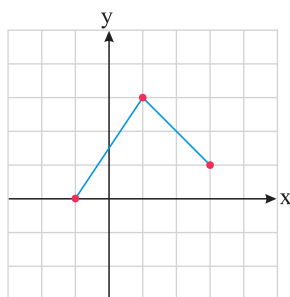
$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 7 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow p(-2) = q(-2) \Rightarrow a = -9$$

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x - 1)^3 + 1$$

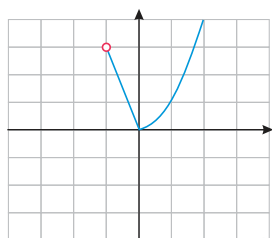


اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)

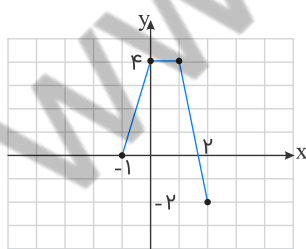
$$D_g = [-1, 3]$$



در $[-1, 0]$ اکیداً نزولی و در $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی است:



$$D_g = [-1, 2] \quad ; \quad R_g = [-2, 4]$$



$$p(1) = 4 \Rightarrow a + b = 4$$

$$p(-2) = 0 \Rightarrow 4a + b = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3}, \quad b = -\frac{2}{3}$$

پاسخ سؤال ۶۷

۶۷ سعودی

پاسخ سؤال ۶۸

۶۸ -۲

پاسخ سؤال ۶۹

۶۹ $(\frac{1}{3}, +\infty)$

پاسخ سؤالات ۷۰ تا ۷۱

۷۰

$$x^5 + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$$

۷۱

$$x^6 - 1 = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

پاسخ سؤال ۷۲

۷۲ درست

۷۳ الف درست

ب نادرست

پ نادرست

پاسخ سؤال ۷۴

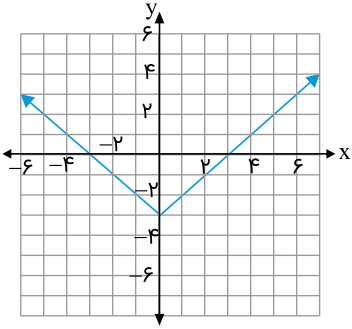
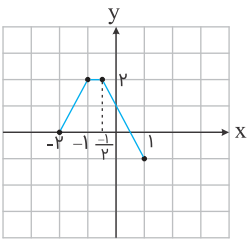
۷۴

اگر چندجمله‌ای داده شده بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، آنگاه حاصل چندجمله‌ای به ازای $x = 2$ برابر با صفر می‌شود، پس داریم:

$$x = 2 : 5(2)^2 - 5(2) + m - 7 = 0 \Rightarrow m = -3$$

پس مقدار m برابر با -3 به دست می‌آید.

۷۵ $R = [-1, 2]$ و $D = [-2, 1]$



پاسخ سؤال ۷۶

پایین ۷۶

الف ۷۷

پاسخ سؤالات ۷۸ تا ۷۹

نادرست ۷۸

درست ۷۹

پاسخ سؤالات ۸۰ تا ۸۱

پایین‌تر ۸۰

$(x + 1)$ ۸۱

پاسخ سؤال ۸۲

درست ۸۲

پاسخ سؤالات ۸۳ تا ۸۴

درست ۸۳

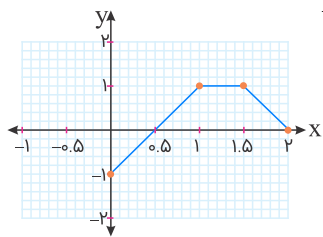
درست ۸۴

$$x^6 - 1 = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

۸۵

۸۶

$$D_g = [0, 2] \quad R_g = [-1, 1]$$



۸۷

نادرست

الف

درست

ب

درست

پ

پاسخ سؤال ۸۸

صفر

۸۸

پاسخ سؤال ۸۹

نادرست

۸۹

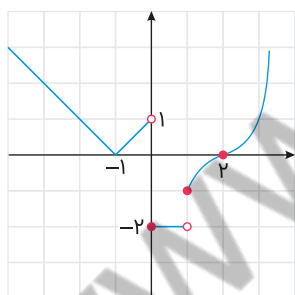
$$D_g = [0, 5] \quad R_g = [-4, 6]$$

$$\begin{aligned} p(-2) = 0 &: -1 + 2a - 2b + 2 = 0 \Rightarrow 2a - 2b = 6 \Rightarrow a = 3 + b \\ p(1) = 0 &: 1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -3 - a \end{aligned}$$

۹۰

۹۱

۹۲



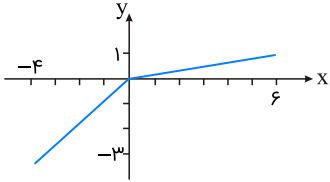
اکیداً صعودی: $(1, +\infty)$ و $(-1, 0)$
اکیداً نزولی: $(-\infty, -1]$

پاسخ سؤالات ۹۳ تا ۹۴

پاسخ سؤال ۹۵

ثابت ۹۵

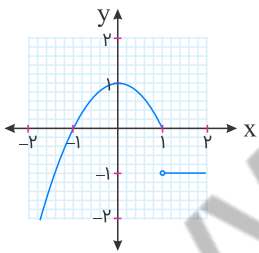
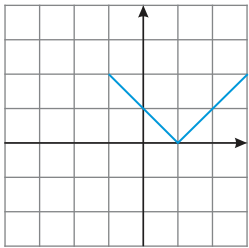
۹۶



$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow p(1) = 4 \Rightarrow a + b = 3$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow p(-2) = 0 \Rightarrow 2a + b = 8$$

$$\Rightarrow a = \frac{5}{3}, b = \frac{4}{3}$$



اکیداً صعودی $(1, +\infty)$
 اکیداً نزولی $[-\infty, 1]$

۹۷

۹۸

۹۹

در بازه $(1, +\infty) \cup [-\infty, 0]$ صعودی و در بازه $[0, +\infty)$ نزولی است.

پاسخ سؤال ۱۰۰

درست ۱۰۰

۱۰۱

$$\frac{x^0 + 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x^f - x^g + x^h - x + 1)}{x + 1} = x^f - x^g + x^h - x + 1$$

نادرست

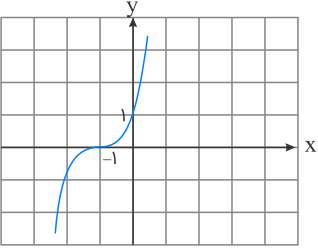
۱۰۲

۱۰۳

اکیداً صعودی

۱۰۴

$$\begin{cases} P(-2) = -1 \\ P(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = -1 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = -\frac{11}{3}$$





$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi$$

$$|a| = 2, c = 1 \Rightarrow y = -2 \cos(\pi x) + 1 \text{ یا } y = 2 \cos(\pi x) + 1$$

۱

۲
الف درست

پاسخ سؤال ۳

$$1 - \cos^2 x = \cos^2 x + 1 \Rightarrow 2 \cos^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۳

$$T = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2, \max = |-3| + 1 = 4, \min = -|-3| + 1 = -2$$

۴

$$\begin{cases} |a| + c = 5 \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = 2, a = \pm 3$$

۵

$$4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = 3 \sin \frac{x}{2} + 2, y = -3 \sin(-\frac{x}{2}) + 2$$

$$2 \times \left(\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{4}$$

۶

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8}, 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8}$$

۷

$$\cos 3x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \\ 3x = 2k\pi - x \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi \\ 4x = 2k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times 4 \times \lambda \sin \theta = \lambda \sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$$

۸

$$\cos x(2 \sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

۹

$\sin x = \frac{-3}{2}$ قابل قبول نیست.

$$3x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$3x = (2k + 1)\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{(2k + 1)\pi}{5} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\max = |a| + c = \pi + 1, \quad T = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$$

$$\min = -|a| + c = -\pi + 1$$

پاسخ سؤال ۱۲

نادرست

برد تابع $f(x) = \tan x$ مجموعه اعداد حقیقی است.

پاسخ سؤال ۱۳

نادرست

$$f \sin x + 2\sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin(-\frac{\pi}{3})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\max = |a| + c = |-2\pi| + 9 = 2\pi + 9$$

$$\min = -|a| + c = -|-2\pi| + 9 = -2\pi + 9$$

$$T = \frac{2\pi}{|\frac{1}{3}|} = 6\pi$$

$$|a| = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3, \quad c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{\lambda\pi} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\lambda}$$

$$y = \pm 3 \sin(\pm \frac{1}{\lambda}x) + 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow T = 4, \quad \text{Max: } |a| + c = 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{Min: } -|a| + c = -1 + \sqrt{3}$$

$$2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$T = \frac{2\pi}{|2\pi|} = 1, \quad \max = |-3| + 1 = 4, \quad \min = -|-3| + 1 = -2$$

$$\cos x(\gamma \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \gamma \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{\gamma} \Rightarrow x = \gamma k\pi \pm \frac{\gamma\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$\max = \pi + \sqrt{\delta}, \quad \min = -\pi + \sqrt{\delta}, \quad T = \frac{\gamma\pi}{\gamma} = \pi$$

پاسخ سوالات ۲۲ تا ۲۳

درست است.

نادرست است.

$$T = \frac{\gamma\pi}{|b|} = \frac{\gamma\pi}{|\pi|} = \gamma, \quad \max = |a| + c = \delta, \quad \min = -|a| + c = -1$$

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{\gamma}{\gamma} = 0 \Rightarrow (\sin x - \frac{1}{\gamma})(\sin x + \frac{\gamma}{\gamma}) = 0$$

$$1) \sin x = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \begin{cases} x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ x = \gamma k\pi + \pi - \frac{\pi}{\gamma} = \gamma k\pi + \frac{\delta\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$2) \sin x = -\frac{\gamma}{\gamma} \quad \text{ق.ق.ع}$$

پاسخ سؤال ۲۶

π

$$1 - \gamma \sin^2 x - \gamma \sin x + \delta = 0 \Rightarrow -\gamma \sin^2 x - \gamma \sin x + \delta = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{\delta}{\gamma} \quad \text{ق.ق.ع} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = \gamma k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۲۸

درست است.

پاسخ سؤال ۲۹

درست

پاسخ سؤال ۳۰

$$\gamma \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \\ \cos x = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{\gamma} \end{cases} \end{cases}$$

$$\sin \gamma x = \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} = \sin \frac{\pi}{\gamma} \Rightarrow \begin{cases} \gamma x = 2k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ \gamma x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{\gamma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{\gamma} + \frac{\pi}{\gamma^2} \\ x = \frac{2k\pi}{\gamma} + \frac{\pi}{\gamma} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x(\gamma \sin x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \gamma \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{\gamma} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{\gamma} \end{cases} \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۳۳

نادرست است.

$$\frac{\gamma\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\gamma}$$

$$|a| = \frac{\gamma - (-1)}{\gamma} = \gamma \Rightarrow a = \pm \gamma$$

باتوجه به نمودار تابع، ab باید عددی منفی شود بنابراین: $ab = -1$

پاسخ سؤال ۳۵

۸

$$\cos \gamma x = \cos x \Rightarrow \gamma x = 2k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{\gamma} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{\gamma}$$

پاسخ سؤال ۳۷

\mathbb{R}

پاسخ سؤال ۳۸

$$\gamma \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x(\gamma \cos x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{\gamma} \end{cases}$$

$$1 - \sqrt{2} \sin^2 \alpha - \sin \alpha + 1 = 1 \Rightarrow \sqrt{2} \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -1 \\ \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \\ \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{2}}, \alpha = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

پاسخ سؤالات ۴۰ تا ۴۱

$b = \pm 6$ **۴۰**

$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}\}$ **۴۱**

پاسخ سؤال ۴۲

درست است. **۴۲**

۴۳

$$\begin{cases} |b| = \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{2}} = \pi \Rightarrow b = \pm \pi \\ |a| = \frac{\sqrt{2} - (-\sqrt{2})}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow a = \pm \sqrt{2} \\ c = \frac{\sqrt{2} + (-\sqrt{2})}{\sqrt{2}} = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow y = \pm \sqrt{2} \sin(\pm \pi x)$

$\sqrt{2} \sin x \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin(\frac{\pi}{4})$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ x = k\pi + \frac{7\pi}{8} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$\sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

پاسخ سؤال ۴۴

6π **۴۴**

۴۵

$$-\sqrt{2} \sin^2 x - \sin x + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad \text{غ ق غ} \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۴۸

$$2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \\ \cos x = 5 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \max y = |a| + c = 2 + 1 = 3 \\ \min y = -|a| + c = -2 + 1 = -1 \end{cases}$$

$$\max = |a| + c = 1 + \sqrt{3} \quad , \quad \min = -|a| + c = -1 + \sqrt{3} \quad , \quad T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4$$

پاسخ سؤال ۵۲

برد تابع تانژانت برابر با \mathbb{R} است.

$$2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x(2\cos x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$2\sin x \cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\max = |-2| + 1 = 3 \quad , \quad \min = -|-2| + 1 = -1$$

$$|b| = \frac{2\pi}{3}$$

$$|a| = \frac{5-3}{2} = 1 \quad , \quad c = \frac{5+3}{2} = 4 \Rightarrow y = \sin \frac{2\pi}{3}x + 4 \text{ یا } y = -\sin \frac{2\pi}{3}x + 4$$

(تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.)

$$c = \frac{5+1}{2} = 3$$

$$|a| = \frac{5-1}{2} = 2 \quad , \quad a > 0 \Rightarrow a = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = \frac{4\pi}{2} \Rightarrow y = 2\cos\left(\frac{x}{2}\right) + 3 \text{ یا } y = 2\cos\left(-\frac{x}{2}\right) + 3$$

$$T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{cases} \max = 6 \\ \min = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| + c = 6 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow |a| = 4$$

$$y = a \sin bx + c \Rightarrow y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 2 \text{ یا } y = +4 \sin\left(-\frac{\pi}{2}x\right) + 2$$

$$y = a \sin bx + c \quad b = 3, \quad a = -\frac{1}{3}$$

$$\max y = \frac{1}{3}, \quad \min y = -\frac{1}{3}, \quad T = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \sin 3x$$

$$\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{3} = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{18}$$

$$\sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin x - 1 + 3\sin^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, \quad x = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۶۳

۳ و π

۶۳

درست

الف

۶۴

نادرست

ب

۶۵

$$\sin 4x = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{24} \\ 4x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24} \end{cases} \Rightarrow \frac{5\pi}{24}, \frac{\pi}{24}$$

پاسخ سؤال ۶۶

نادرست

۶۶

پاسخ سؤال ۶۷

$$x \neq k\pi + \frac{\pi}{3} : k \in \mathbb{Z}$$

۶۷

$$2x \neq k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

۶۸

پاسخ سؤال ۶۹

$T = 2\pi \quad b = 1 \quad a = 3 \quad a + b = 4$

پاسخ سؤالات ۷۱ تا ۷۲

۷۱ نادرست

۷۲ نادرست

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \sin 2x = \frac{\sqrt{f}}{f} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{f}} = \sin \frac{\pi}{f} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{\lambda} ; k \in \mathbb{Z} \\ x = k\pi + \frac{3\pi}{\lambda} ; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$2T = \frac{2\pi}{\sqrt{f}} - \left(-\frac{\pi}{\sqrt{f}}\right) = 3\pi \Rightarrow T = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow b = \pm 1$$

$$c = \frac{f + (-2)}{\sqrt{f}} = 1$$

$$|a| = \frac{f - (-2)}{\sqrt{f}} = 3 \Rightarrow a = -3$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

$$\sqrt{f} \sin\left(x + \frac{\pi}{f}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{f}\right) = \frac{1}{\sqrt{f}}$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{f} = 2k\pi + \frac{\pi}{f} \Rightarrow x = 2k\pi \quad , \quad x + \frac{\pi}{f} = 2k\pi + \frac{3\pi}{f} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{2\pi}{f}$$

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \quad \begin{cases} |a| + c = 6 \Rightarrow |a| = 4 \\ -|a| + c = -2 \Rightarrow c = 2 \end{cases}$$

هریک از توابع $y = -4 \sin(-2x) + 2$ یا $y = 4 \sin(-2x) + 2$ یا $y = -4 \sin(2x) + 2$ یا $y = 4 \sin(2x) + 2$ صحیح است.

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

$$\begin{cases} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| = 3 \\ c = 0 \end{cases}$$

هریک از چهار تابع $y = -3 \sin(-2x)$ و $y = 3 \sin(-2x)$ ، $y = -3 \sin(2x)$ ، $y = 3 \sin(2x)$ مورد قبول هستند.

۷۱

۷۲

۷۳

۷۴

۷۵

۷۶

۷۷

۷۸

۷۹

$$\tan \nu x = \frac{1}{\sqrt{\nu}} = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \Rightarrow \nu x = k\pi + \frac{\pi}{\nu}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{k\pi}{\nu} + \frac{\pi}{\nu\lambda}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} |a| = \frac{\nu - (-\nu)}{\nu} = \nu \Rightarrow a = -\nu \\ |b| = \frac{\nu\pi}{\nu\pi} = 1 \Rightarrow b = \pm 1 \\ c = \frac{\nu + (-\nu)}{\nu} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\nu \cos x \quad \text{و} \quad f(x) = -\nu \cos(-x)$$

$$\nu \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad \cos x(\nu \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{\nu} \\ \cos x = \frac{1}{\nu} \Rightarrow x = \frac{\pi}{\nu} \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۸۳

$$(\cos x - 1)(\nu \cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{\nu} \Rightarrow x = \nu k\pi \pm \frac{\pi}{\nu}$$

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = \nu k\pi$$

پاسخ سؤال ۸۴

$$|a| + \nu = \nu \Rightarrow |a| = 0$$

$$T = \frac{\nu\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\nu\pi}{1} = \nu\pi$$

π ۸۴

۸۵



پاسخ سؤال ۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^-} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۱

پاسخ سؤال ۲

 $-\infty$

۲

پاسخ سؤالات ۳ تا ۵

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$$

۳

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left(-2 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2) = +\infty$$

۴

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}$$

۵

$$2x + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

$$\frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3, a + b = 5$$

۶

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ مجانب افقی}$$

$$1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ مجانب های قائم}$$

۷

پاسخ سؤالات ۸ تا ۹

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x^2 + 1}{x + 2} = \frac{5}{0^+} = +\infty$$

۸

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{x^2} = -3$$

۹

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{[x] - \pi}{|\pi x - 1|} = \frac{-\pi}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi x^\pi}{\pi x^\pi} = \frac{1}{\pi}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^y (-\pi + \frac{\delta}{x^\delta})}{x^\pi (\pi + \frac{1}{x^\pi})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-\pi) x^{\delta} = -\infty$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \end{cases}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\pi \quad \text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$x = -\frac{b}{\pi a} = -\frac{b}{\pi} = -1 \Rightarrow b = \pi$$

$$(-1)^\pi - \pi + c = 0 \Rightarrow c = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{x - |x|} = \begin{cases} \text{تعريف نشده} & ; x > 0 \\ \frac{1}{\pi x} & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\pi x} = -\infty \Rightarrow x = 0 \text{ مجانب قائم}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^\pi + 1}{\pi x^\pi - \pi x} = \pi \Rightarrow \frac{a}{\pi} = \pi \Rightarrow a = \pi^2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

$$\frac{1 - \pi}{\pi - \pi} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\frac{\pi}{\tan(\frac{\pi}{\pi})^+} = \frac{\pi}{-\infty} = 0$$

۱۰

۱۱

الف ۱۲

ب

الف ۱۳

ب

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷

الف ۱۸

ب

الف ۱۹

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^y}{f_x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{f} = +\infty$$

پاسخ سوالات ۲۰ تا ۲۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (x+1) = \frac{\pi}{2} + 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^y}{x^y} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

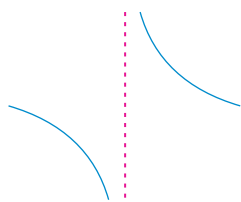
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\omega x} = -\frac{1}{\omega}$$

$$\frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^y}{-x} = +\infty$$

$$x(x^y + 1) = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x^y + x} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x^y + x} = -\infty$$



$$x^y + 3 = 0 \Rightarrow x^y = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^y + 3} = 0 \Rightarrow y = 0 \quad \text{مجانِب افقی}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^y} = 0 \Rightarrow y = 0 \quad \text{مجانِب افقی}$$

$$x^y + 2 = 0 \Rightarrow x^y = -2 \quad \text{فاقد مجانِب قائم}$$

۲۰

۲۱

۲۲
الف

ب

۲۳
الف

ب

۲۴

۲۵

پس مجانِب قائم ندارد.

۲۶

پاسخ سؤال ۲۷

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+1)}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{7x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$$

الف ۲۸

ب

پاسخ سؤالات ۲۹ تا ۳۰

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{|2x+1|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

۲۹

مخرج در نزدیکی $-\frac{1}{3}$ با مقادیر مثبت به صفر میل می‌کند و حد صورت هم در $-\frac{1}{3}$ برابر -1 است. بنابراین جواب حد برابر $-\infty$ می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} = \frac{3 + 0}{0 - 5} = -\frac{3}{5}$$

۳۰

پاسخ سؤال ۳۱

حد تابع در نقطه داده شده $+\infty$ است.

۳۱

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{4}$$

۳۲

خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی f است، ولی $x = 3$ مجانب قائم برای تابع f نیست.

الف ۳۳

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$$

ت

پاسخ سؤال ۳۴

صفر ۳۴

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^y}{x^y} = -1 \Rightarrow y = -1 \quad \text{مجانِب افقی}$$

$$x^y + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{مجانِب قائم نیست} \\ x = 0 & \text{مجانِب قائم} \end{cases}$$

$$y = 1, y = -2$$

پاسخ سؤال ۳۷

۳

پاسخ سؤالات ۳۸ تا ۳۹

$$\frac{۳}{0^+} = +\infty$$

$$\frac{۳ + 0}{0 - ۲} = \frac{-۳}{۲}$$

پاسخ سؤالات ۴۰ تا ۴۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{۲}{\cos x} = \frac{۲}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\lambda x^۳}{-۲x^۴} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-۴}{x} = 0$$

پاسخ سؤال ۴۲

درست است. ۴۲

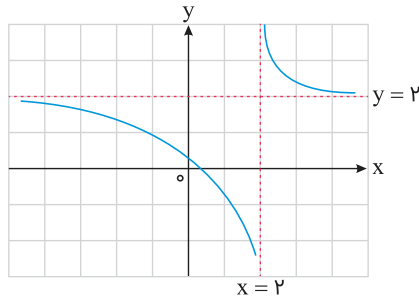
پاسخ سؤالات ۴۳ تا ۴۴

$$\lim_{x \rightarrow ۲^+} \frac{(x-۲)(x+۲)}{(x-۲)^۲} = \frac{+۴}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^y}{y} = -\infty$$

پاسخ سؤال ۴۵

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	-	-
y	2	$-\infty$	2



$x = 2$ مجانب قائم
 $y = 2$ مجانب افقی
 $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - 2x^2}{x^2 - 1} = -2 \Rightarrow y = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x - 2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow y = 0$ مجانب افقی
 $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ مجانب‌های قائم

$$\frac{5}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^{\Delta}}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^{\Delta}}{x^2} = +\infty$$

مجانبات قائم: ۴۷

مجانبات افقی:

۴۸ الف

۴۹

پاسخ سؤالات ۵۰ تا ۵۱

۵۰

۵۱

پاسخ سؤالات ۵۲ تا ۵۳

۵۲

۵۳

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$$

$$-\infty$$

$$+\infty$$

$$-2$$

$$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ بجانب قائم}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^3} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ بجانب افقی}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - 2x^3}{x^3 + 5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2x^3}{x^3} = -2 \Rightarrow y = -2$$

پاسخ سؤال ۵۸

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2}{|x - 3|} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

پاسخ سؤال ۶۲

پاسخ سؤال ۶۳

- الف
- ب
- الف ۵۵
- ب
- پ
- ۵۶
- ۵۷
- ۵۸
- الف ۵۹
- الف ۶۰
- ب
- الف ۶۱
- ۶۲
- ۶۳

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{8}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{8}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$$

۶۵ الف

ب

پاسخ سؤال ۶۶

۶۶ صفر

پاسخ سؤالات ۶۷ تا ۶۸

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{2x}{\cos x} = \frac{\pi}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\lambda x + 1}{x + |x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\lambda x + 1}{2x} = \frac{\lambda}{2}$$

۶۷

۶۸

پاسخ سؤالات ۶۹ تا ۷۰

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \frac{2 - 3}{0^-} = +\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1} + 2)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x+3)(\sqrt{x+1} + 2) = 24 \end{aligned}$$

۶۹

۷۰

پاسخ سؤالات ۷۱ تا ۷۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{2x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2x}{-3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{-3x} = \frac{1}{3}$$

۷۱

۷۲

پاسخ سؤال ۷۳

۲ | ۳

۷۳

الف ۷۴

ب

$$\frac{-۲}{۰^+} = -\infty$$

-۴

پاسخ سؤال ۷۵

-∞ ۷۵

پاسخ سؤال ۷۶

۷۶

الف ۷۷

ب

الف ۷۸

درست

$$\lim_{x \rightarrow ۳^-} \frac{[x] - ۳}{x - ۳} = \frac{۲ - ۳}{۰^-} = +\infty$$

$$\frac{[۳^+] - ۲}{۳ - ۳^+} = \frac{۳ - ۲}{۰^-} = \frac{1}{۰^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{۳x}{x} - ۰ \right) = ۳ - ۰ = ۳$$



$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-2}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} = +\infty$$

تابع در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر نیست.

$$f'(x) = 5(x^2 + 2x + 1)^4 (2x + 2)$$

$$g'(x) = \frac{(1)(\sqrt[3]{3x+2}) - \frac{3x}{2\sqrt[3]{3x+2}}}{(\sqrt[3]{3x+2})^2}$$

۱

الف ۲

ب

پاسخ سؤالات ۳ تا ۴

C ۳

۱۸ ۴

پاسخ سؤال ۵

پیوسته ۵

۶

$$\text{آهنگ لحظه‌ای: } f'(t) = \frac{-240}{t^2} \Rightarrow f'(t) = \frac{-240}{16} = -15$$

$$\text{آهنگ متوسط: } \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{48 - 80}{2} = -16$$

$$-15 - (-16) = 1$$

پاسخ سؤالات ۷ تا ۸

$$g'(x) = \frac{4 \times 2 \times (2x-1)^2 (x^2+1) - 3x^2 (2x-1)^4}{(x^2+1)^2}$$

۷

$$f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x+1)^2}}$$

۸

$$y' = 3x^2 - 2 \Rightarrow y'(1) = 1$$

۹

$$f(x) = \begin{cases} fx - fx^y, & x \geq 0 \\ fx + fx^y, & x < 0 \end{cases}$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{fx - fx^y}{x} = f$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{fx + fx^y}{x} = f$$

$$\Rightarrow f'_+(0) = f'_-(0)$$

تابع مشتق پذیر است.

پاسخ سؤالات ۱۱ تا ۱۲

درست

۱۱

نادرست

۱۲

۱۳

$$f'(x) = y \sin x \cos x + y \sin yx = \sin yx + y \sin yx = y \sin yx \quad (0/5)$$

$$f''(x) = y \cos yx \Rightarrow f''\left(\frac{\pi}{y}\right) = y \cos \frac{\pi}{y} = y \quad (0/5)$$

$$\frac{f(y) - f(0)}{y - 0} = \frac{1y - y}{y} = 0$$

$$f'(t) = ft - 1 \Rightarrow f'(4) = 15$$

$$d'(t) = -10t + 20 \Rightarrow d'(2) = 0$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4$$

$\Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2) \Rightarrow$ تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست

۱۳ برابر زیرا:

۱۷

$$f'(x) = fx + 5 \Rightarrow \begin{cases} f'(-1) = 1 \\ f'(2) = 13 \end{cases}$$

b

الف

۱۸

d

ب

e

پ

پاسخ سؤال ۱۹

-۶

۱۹

۲۰ نادرست

۲۱ الف نادرست

۲۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 0 \quad (0/0)$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = 0 \quad (0/0) \quad f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{x - 0} = 1 \quad (0/0)$$

$$f'_-(0) \neq f'_+(0) \quad (0/0)$$

پس تابع مشتق پذیر نیست.

۲۳ الف E

B ب

C پ

ت $m_D > m_A$

۲۴

$$\text{رشد متوسط} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{15 - 5}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

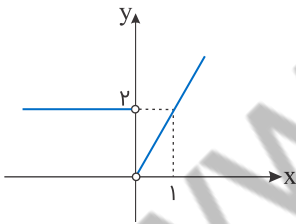
تابع f در صفر پیوسته نیست، بنابراین $f'(0)$ موجود نیست.

۲۵ الف

B ب

پ

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & ; x > 0 \\ 2 & ; x < 0 \end{cases}$$



۲۶ تابع مشتق پذیر نیست.

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x|x - 2| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x - 2)}{x - 2} = 2$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x(x - 2)}{x - 2} = -2$$

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(y) - f(z)}{y - z} = \frac{\sqrt{9} - \sqrt{4}}{5} = \frac{1}{5}$$

$$f'(t) = 2t + 2$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{11 - 3}{2} = 4 \Rightarrow 2t + 2 = 4 \Rightarrow t = 1$$

پاسخ سؤال ۲۹

نادرست

$$y' = \frac{-1}{x^2} \times (2\sqrt{x} - 1)^2 + 2(2\sqrt{x} - 1) \times \left(\frac{2}{2\sqrt{x}} - 0\right) \times \frac{1}{x}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = -1 \quad (0/0)$$

ب (E)

الف (مثبت)

ب (کمتر)

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2 - 1| - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 - 1| - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+1)}{x-1} = -2$$

$$f'_-(1) \neq f'_+(1)$$

پس تابع مشتق پذیر نمی باشد.

$$y = \begin{cases} 1 & ; x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & ; x > 1 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 0 & ; x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} & ; x > 1 \end{cases} \Rightarrow y'_-(1) = y'_+(1)$$

تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.

تابع در $x = -2$ پیوسته است.

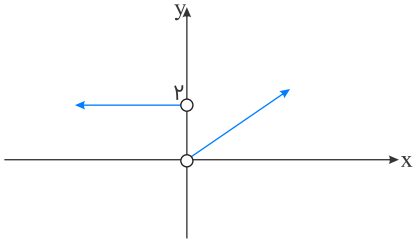
$$f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x + 2} = 4 \Rightarrow f'_+(-2) \neq f'_-(-2)$$

$$f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x^2 - 4| - 0}{x + 2} = -4$$

$$f'(x) = \frac{-2}{2\sqrt{x} - 2x} \Rightarrow Df = (-\infty, 3)$$

در $x = 0$ گوشه ای و مشتق ناپذیر است.

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & ; x < 0 \\ 2x & ; x > 0 \end{cases}$$



$$f'(1) = \frac{a - 0}{0 - 1} = -a$$

$$m_B < m_C$$

$$\begin{aligned} f'(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^a - a + a}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^a - x + 1)}{x + 1} = a \end{aligned}$$

الف ۳۸

ب

۳۹

پاسخ سؤالات ۴۰ تا ۴۱

$$f'(x) = a(x^a - a^a)^a (a^a x^{a-1} - a)$$

$$g'(x) = \frac{\frac{1}{a\sqrt{x}}(1-x) - (-1)\sqrt{x}}{(1-x)^a}$$

۴۰

۴۱

پاسخ سؤال ۴۲

نادرست است.

۴۲

۴۳

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)g(x) - a^a g(x)}{x - a} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)g(x) - f(a)g(x)}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \times \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} g(x) \times \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = a f'(a) \end{aligned}$$

پاسخ سؤالات ۴۴ تا ۴۶

$$f'(x) = a(-ax + 1)(-a^a x^a + a)^a (ax) + (a)(-a^a x^a + a)^a$$

$$g'(x) = a(1 + \tan^a x) + ax \cos x^a$$

$$h'(x) = \frac{-a}{x^a}$$

۴۴

۴۵

۴۶

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{a})(\sqrt{x} + \sqrt{a})}{(x - a)(\sqrt{x} + \sqrt{a})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - a)}{(x - a)(\sqrt{x} + \sqrt{a})} = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x}}(2x^3 - 1) + (\sqrt{3x} + 1)(6x^2)$$

$$g'(x) = 6 \tan x(1 + \tan^2 x) + 2x(-\sin x^2)$$

$$h'(x) = \frac{(2x - 3)(\Delta x) - (\Delta)(x^2 - 3x)}{(\Delta x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x - 2)}{(\sqrt{x})^2}$$

$$g'(x) = (6x)(2x - 5)^2 + (3)(2)(2x - 5)^2(3x^2 - 4)$$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ کافی است نشان دهیم

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} ((x - a) \left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right)) = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \times \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$= 0 \times f'(a) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4}{2}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 1 \quad \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای}$$

پاسخ سؤال ۵۹

نادرست **۵۹**

پاسخ سؤال ۶۰

مماس قائم **۶۰**

الف **۶۱**

ب

پ

۶۲

۶۳

۶۴

$$f'(x) = \frac{(2x - 3)(-3x + 2) - (-3)(x^2 - 3x + 1)}{(-3x + 2)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(3x^2 + 5) + \sqrt{x}(6x)$$

$$h'(x) = 3 \times \sin^2 x \times \cos x + 2 \cos x \times (-\sin x)$$

$$f'(t) = 3t^2 - 1 = 2 \Rightarrow 3t^2 = 3 \Rightarrow t = \pm 1 \Rightarrow t = 1$$

$$f'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow D_f = (0, +\infty)$$

$$f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13$$

$$\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1$$

پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x = 2$ ، برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است.

الف **۶۵**

$$\frac{P(5) - P(1)}{4} = \frac{14500 - 2500}{4} = 3000$$

ب

$$P'(t) = 1000t \Rightarrow P'(2) = 2000$$

پاسخ سؤال ۶۶

نادرست **۶۶**

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(\omega) - f(\circ)}{\omega - \circ} = \frac{\nu^{\circ} - 1^{\circ}}{\omega} = \nu$$

$$f'(t) = \nu t - 1 \Rightarrow f'(\nu) = \nu(\nu) - 1 = \nu^2$$

$$\frac{f(\nu) - f(\nu^2)}{\nu - \nu^2} = 1/\omega \Rightarrow B(\nu, \nu^2/\omega)$$

$$\frac{f(\omega) - f(\nu)}{\omega - \nu} = 1/\omega \Rightarrow C(\omega, \nu\omega/\omega)$$

پاسخ سؤال ۶۹

پیوسته

تابع f در $x = -1$ پیوسته است.

$$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{|x^\nu + x|}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1$$

$$f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|x^\nu + x|}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1$$

مشتق‌های راست و چپ تابع هر دو متناهی ولی نابرابرند. پس $x = -1$ نقطه گوشه‌ای تابع است.

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^\nu + 1 - (a^\nu + 1)}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - a)(x + a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} (x + a)$$

$x = b$

$x = d$

$x = c$

$$f'(x) = -\nu \sin \nu x \Rightarrow f''(x) = -\nu \cos \nu x$$

$$f''\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = -\nu \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = -\nu \sqrt{\nu}$$

پاسخ سؤال ۷۴

نمودار ب. سهمی نمودار داده شده ماکزیمم دارد، پس ضریب x^ν منفی است. لذا در مشتق تابع ضریب x منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است.

$$\begin{cases} f'_+(\nu) = \lim_{x \rightarrow \nu^+} \frac{|\nu x - \nu|}{x - \nu} = \lim_{x \rightarrow \nu^+} \frac{\nu(x - \nu)}{x - \nu} = \nu \\ f'_-(\nu) = \lim_{x \rightarrow \nu^-} \frac{|\nu x - \nu|}{x - \nu} = \lim_{x \rightarrow \nu^-} \frac{-\nu(x - \nu)}{x - \nu} = -\nu \end{cases} \Rightarrow f'_+(\nu) = f'_-(\nu)$$

تابع در این نقطه مشتق پذیر نمی‌باشد.

$$\begin{cases} f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = -1 \\ f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - 1}{x - 1} = 0 \end{cases} \Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1)$$

$f'(1)$ موجود نیست.

پاسخ سؤال ۷۸

A ۷۸

۷۹

۸۰

$$\frac{f(4) - f(-1)}{4 - (-1)} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$f'(x) = -2x + 6 \Rightarrow f'(2) = 2$$

$$d : (2, 3), (a, 0) : 2 = \frac{0 - 3}{a - 2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

پاسخ سؤال ۸۱

۱ ۸۱

پاسخ سؤال ۸۲

نادرست ۸۲

۸۳

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{15 - 0}{25} = 1/4$$

نادرست الف ۸۴

۸۵

$$\begin{aligned} g'(a) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) + b - (f(a) + b)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(a+h) - f(a))}{h} = f'(a) \end{aligned}$$

نقطه a الف ۸۶

نقطه d ب

نقطه b پ

۸۷

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = 4 \Rightarrow f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^y + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} yx = y = f(y)$$

بنابراین تابع پیوسته است.

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^y + 1 - y}{x - 1} = y, \quad f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{yx - y}{x - 1} = y \Rightarrow f'_+(1) = f'_-(1) = y$$

تابع در این نقطه مشتق پذیر است.

الف ۸۹ نادرست

$$A(F, y\delta) \Rightarrow 1/\delta = \frac{y_B - y\delta}{\delta - F}, \quad 1/\delta = \frac{y_C - y\delta}{y - F}$$

$$B(\delta, y\delta/\delta), \quad C(y, y\delta/\delta)$$

۹۰

$$\lim_{x \rightarrow y} \frac{f(x) - f(y)}{x - y} = f'(y) = y$$

الف ۹۱

$$m_A > m_B$$

ب

$$f(x) = x^y - x \Rightarrow f'(x) = yx^{y-1} - 1$$

الف ۹۲

$$g'(x) = y \left(\frac{yx - 1}{x + 1} \right)^y \left(\frac{y(x + 1) - 1(yx - 1)}{(x + 1)^2} \right)$$

ب

پاسخ سؤال ۹۳

درست ۹۳

پاسخ سؤال ۹۴

۷ ۹۴

پاسخ سؤال ۹۵

۴۰ ۹۵

تابع در $x = -1$ پیوسته است.

۹۶

$$\begin{cases} f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^y + y - y}{x - (-1)} = -y \\ f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{yx + y - y}{x - (-1)} = y \end{cases} \Rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1)$$

$f'(-1)$ موجود نیست.

الف ۹۷

$$f'(x) = \frac{y}{y\sqrt{yx}} (yx^y + y) + \sqrt{yx}(yx)$$

$$g'(x) = 3(-2 \sin 2x)(\cos^2 2x) - \left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

x	d	b	c	a
f'(x)	۰	۰/۵	۲	-۰/۵

پاسخ سؤال ۹۹

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \quad \frac{10-0}{4-0} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1$$

پاسخ سؤال ۱۰۱

پاسخ سؤالات ۱۰۲ تا ۱۰۳

$$f'(x) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x(x-1)}} + 3x^2 + 2$$

$$g'(x) = \frac{-2 \sin x \cos x (1 + \tan^2 \Delta x) - \Delta (1 + \tan^2 \Delta x) \cos^2 x}{(1 + \tan^2 \Delta x)^2}$$

$$P = 2\pi R \text{ (محیط دایره)}$$

$$S = \pi R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{S}{\pi} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{S}{\pi}} \Rightarrow P'(S) = 2\pi \frac{1}{2\sqrt{\pi S}} \xrightarrow{S=2\pi} \frac{\pi}{\sqrt{\pi} \times 2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1-2}{x-1} = 1$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+x-2}{x-1} = 3$$

$f'_+(1) \neq f'_-(1)$ در نتیجه تابع در $x=1$ مشتق پذیر نیست.

$$\frac{f(2) - f(1)}{2-1} = 15$$

$$f'(t) = 6t^5 + 1 \Rightarrow f'(2) = 25$$

ب

$$f'(2) = \frac{3-1}{2-0} = 1$$

الف ۱۰۷

$$y - 3 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x + 1$$

ب

$$f'(x) = 3(2x)(x^2 - 6)^2 \left(\frac{1}{6}x + 1\right) + \frac{1}{6}(x^2 - 6)^3$$

الف ۱۰۸

$$g'(x) = 15 \sin^2(\Delta x) \cos(\Delta x)$$

ب

$$h'(x) = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)(x^3 - 2x + 1) - (3x^2 - 2)(\sqrt{x})}{(x^3 - 2x + 1)^2}$$

پ

پاسخ سؤال ۱۰۹

$$f'(t) = -4t + 10 \Rightarrow f'(2) = -8 + 10 = 2$$

نادرست ۱۰۹

۱۱۰

پاسخ سؤال ۱۱۱

$$m_A < m_{AB} = 0 < m_B$$

نباشد ۱۱۱

$$\begin{cases} f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{x^2 - \circ}{x - \circ} = \circ \\ f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{-x - \circ}{x - \circ} = -1 \end{cases} \Rightarrow f'_+(\circ) \neq f'_-(\circ)$$

۱۱۲

۱۱۳

$f'(\circ)$ موجود نیست.

$$(3f + 2g)'(1) = 3f'(1) + 2g'(1) = 9 + 10 = 19$$

۱۱۴

$$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \Rightarrow m'(9) = \frac{109}{6}$$

۱۱۵



پاسخ سؤال ۱

درست

۱

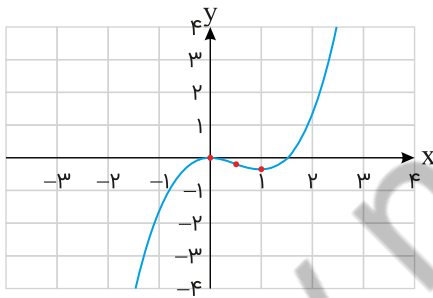
۲

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f''(x) = 4x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
f'	+	0	-	0	+
f''	-	-	0	+	+
f	↗	↘	↗	↘	↗
		max		min	



$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-1	+1
f'(x)	+	-
	↗	↘

اکیداً صعودی : $(-\infty, -1), (1, +\infty)$ اکیداً نزولی : $(-1, 1)$

۳

نادرست ۴

۵

$$f'(x) = x^2 + 2x \xrightarrow{f'=0} x = 0, x = -2$$

$$\Rightarrow f(-2) = \frac{4}{3}, f(0) = 0 \text{ مینیمم مطلق}, f(3) = 18 \text{ ماکزیمم مطلق}$$

x	-2	0
f'	+ 0 -	0 +
f	↗ $\frac{4}{3}$ ↘	↗

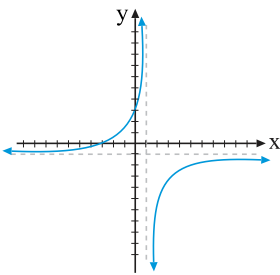
f(0) = 0 مینیمم نسبی

مجاوب قائم x = 1, مجاوب افقی y = -1

$$f'(x) = \frac{4}{(1-x)^2} \text{ ندارد بحرانی ندارد}$$

۶

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'	+	+	+
f	-1	$+\infty$	-1



ماکزیمم نسبی ۷

۸

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}, y'' = \frac{4}{(x-1)^3} \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f''	-	-	+
f	↘	$-\infty$	↘ $+\infty$

در بازه $(1, +\infty)$ تقعر روبه بالا و در بازه $(-\infty, 1)$ تقعر روبه پایین است. نقطه عطف ندارد.

$$a - b = \gamma_0 \Rightarrow a = b + \gamma_0$$

$$f(b) = b(b + \gamma_0) \Rightarrow f'(b) = \gamma_0 b + \gamma_0 = 0$$

$$b = -\gamma_0, a = +\gamma_0$$

$$f'(x) = \gamma_0 ax + b$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow \gamma_0 a + b = 0 (*)$$

$$f(1) = -\gamma_0 \Rightarrow a + b = -\gamma_0 (**)$$

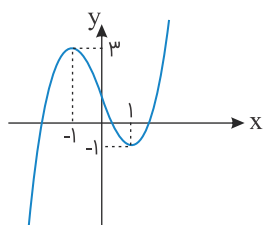
$$\xrightarrow{(*),(**)} a = \gamma_0, b = -\gamma_0$$

$$y' = \gamma_0 x^2 - \gamma_0 \quad (0/\gamma_0) \xrightarrow{y'=0} x = \pm 1 \quad (0/\gamma_0)$$

$$y'' = \gamma_0 x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0, 1) \quad (0/\gamma_0) \text{ نقطه عطف}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	-	-	+	
y''	-	-	+	+	
y	$-\infty$	γ_0	1	-1	$+\infty$
		max		min	

رسم جدول (0/5) نمره



رسم نمودار (0/5) نمره

$$f'(x) = \gamma_0 x^2 - \gamma_0 \Rightarrow f''(x) = \gamma_0 x = 0 \Rightarrow x = 0$$

نقطه (0, 1) نقطه عطف تابع است.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'	-		+
f			

$$x - y = \lambda \Rightarrow x = \lambda + y$$

$$S = xy = (\lambda + y)y = y^2 + \lambda y$$

$$S' = \gamma_0 y + \lambda = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -\gamma_0 \\ x = \gamma_0 \end{cases}$$

$$\gamma_0 a + b = \gamma_0 \Rightarrow b = \gamma_0 - \gamma_0 a \Rightarrow ab = a(\gamma_0 - \gamma_0 a) = \gamma_0 a - \gamma_0 a^2$$

$$(ab)' = \gamma_0 - \gamma_0 a = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = \gamma_0 - \gamma_0 \times 1 = 0$$

$D_f = \mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} \Rightarrow f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt[3]{(x-1)^5}}$$

x	$-\infty$	۱	$+\infty$
f'	+	۰	-
	∪	∩	∩

$f'(1) = +\infty$ پس تابع در $x = 1$ مماس قائم دارد و $x = 1$ نقطه عطف است.

$f(1) = 2 \Rightarrow a - b = 1$

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 + a \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3, b = -f$$

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{6}{(x-1)^3}$$

x	$-\infty$	۱	$+\infty$
f''	-	+	
f	∪	∩	

نقطه عطف وجود ندارد.

پاسخ سؤال ۱۸

درست ۱۸

$y = \lambda - x \Rightarrow S(x) = -x^2 + \lambda x \Rightarrow S'(x) = -2x + \lambda = 0$

$x = \lambda, y = \lambda$

$g(x) = x^2 + 2x - 5 \Rightarrow g'(x) = 2x + 2 = 0$

$g(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 5 = -1 - 5 = -6 = -17 \text{ min}$

$g(1) = 1 + 2 - 5 = -2 \text{ max}$

۱۹

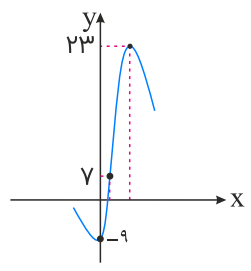
۲۰

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9, D_f = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = -3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$f''(x) = -6x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$	
f'	-	•	+	+	•	-
f''	+		+	-		-
f	$+\infty$	\searrow	\nearrow	\nearrow	\searrow	$-\infty$
	∪	-9 min	∪	∩	23 max	∩



$$f'(x) = 3x^2 - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} x = 2, x = -2$$

x		-2	2		
f'	+	○	-	○	+
f	\nearrow	\searrow	\nearrow		

نقطهٔ اکیداً صعودی $(-\infty, -2), (2, +\infty)$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$f(-1) = 9$$

$$f(1) = 6 \Rightarrow \text{max} : (3, 9), \text{min} : (1, 6)$$

$$f(3) = 6$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 6 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

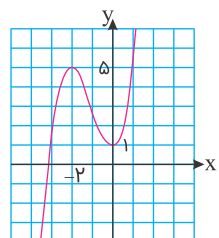
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f'(x)	+		-	+
f(x)	\nearrow	6	\searrow	\nearrow

نقطهٔ $(1, 2)$ مینیمم نسبی و نقطهٔ $(-1, 6)$ ماکزیمم نسبی است.

$$y' = 3x^2 + 6x \xrightarrow{y'=0} x = 0, x = -2$$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
f'	+	0	-	0
f	$-\infty$	↗	↘	$+\infty$

ماکزیمم مینیمم



طول جعبه = $16 - 2x, x \in [0, 8]$

عرض جعبه = $6 - 2x, x \in [0, 3]$

$$\Rightarrow V(x) = x(16 - 2x)(6 - 2x) = 4x^3 - 44x^2 + 96x, 0 \leq x \leq 3$$

$$V'(x) = 12x^2 - 88x + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \notin [0, 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [0, 3] \end{cases}$$

چون $V(0) = V(3) = 0$, پس به ازای $x = \frac{4}{3}$ بیشترین مقدار حجم حاصل می‌شود.

$$f'(x) = 5x^2 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = +1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$f(1) = -4$ مینیمم مطلق

$f(0) = 0$

$f(2) = 22$ ماکزیمم مطلق

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'	-	0	+	0
f	↘	↘	↗	↘

-16 11
Min Max

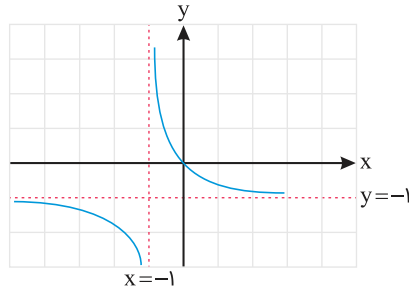
$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases} \quad (0/5)$$

$f(-1) = 13$

$f(1) = -7 \quad (0/75) \Rightarrow \min : (1, -7) \quad (0/25), \max : (3, 45) \quad (0/25)$

$f(3) = 45$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	-1



$x = -1$ مجانب قائم
 $y = -1$ مجانب افقی
 $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0$

پاسخ سؤال ۳۲

درست **۳۲**

پاسخ سؤال ۳۳

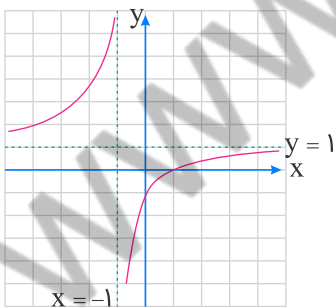
نادرست **۳۳**

$$\begin{cases} f(-1) = -a + b + 2 = 1 \Rightarrow -a + b = -1 \\ f''(-1) = 0 \Rightarrow -6a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{-1}{2}, b = \frac{-3}{2}$$

$x = -1$ مجانب قائم
 $y = 1$ مجانب افقی

$$y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$$



x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f'	+		+
f	1	$+\infty$	$-\infty$

پاسخ سؤال ۳۶

نادرست **۳۶**

$$f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	-1	2
f'	-	+
f	-16 min	11 max

$$f(0) = -9 \text{ min}$$

$$f(2) = 11 \text{ max}$$

$$f(3) = 0$$

ب

پاسخ سؤال ۳۸

درست

۳۸

۳۹

$$xy = 32 \Rightarrow f(x) = (y + 2)(x + 4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2 = 0 \Rightarrow x = 8, y = 4$$

ابعاد صفحه ۶ × ۱۲ است.

۴۰

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4b = 0 \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 4b + d = -7$$

$$-12 + d = -7 \Rightarrow d = 5$$

پاسخ سؤال ۴۱

بحرانی

۴۱

پاسخ سؤالات ۴۲ تا ۴۵

درست

۴۲

نادرست

۴۳

درست

۴۴

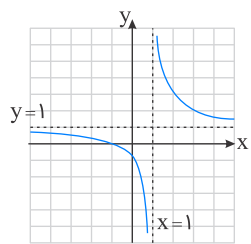
درست

۴۵

۴۶

$$\left. \begin{aligned} f'(x) &= 3ax^2 + 2bx \Rightarrow f''(x) = 6ax + 2b \xrightarrow{f''=0, x=1} 6a + 2b = 0 \\ f(1) &= 1 \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

مجانِب قائم $x = 1$
 مجانِب افقی $y = 1$
 $f' = \frac{-\nu}{(x-1)^\nu} < 0$



x	$-\infty$	o	1	۲	$+\infty$
f'	-	-	-	-	-
f	1	$\searrow -1$	$\searrow -\infty$	$\nearrow +\infty$	1

$\nu h + \nu r + \pi r = \epsilon \Rightarrow h = \frac{\epsilon - \nu r - \pi r}{\nu}$

$S(r) = \epsilon r - \nu r^\nu - \frac{1}{\nu} \pi r^\nu \Rightarrow S'(r) = \epsilon - \nu r - \pi r$

$\epsilon - \nu r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{\epsilon}{\nu + \pi}$

r	$\frac{\epsilon}{\nu + \pi}$
S'	+ o -
S	$\nearrow \searrow$

$h = \frac{\epsilon - (\nu + \pi) \frac{\epsilon}{\nu + \pi}}{\nu} = \frac{\epsilon}{\nu + \pi}$

$p = xy = \Delta x^\nu - 1 \circ x \Rightarrow p'(x) = 0 \Rightarrow 1 \circ x - 1 \circ = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\Delta \end{cases}$

پاسخ سؤال ۵۰

بلا ۵۰

$f'(x) = -\epsilon x^\nu + \epsilon = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

x	-1	1
f'	- o + o -	
f	$\searrow \nearrow \searrow$	

پس تابع در بازه $[-1, 1]$ صعودی اکید است.

$f'(x) = \nu ax + b \Rightarrow 0 = \nu a + b \Rightarrow b = -\nu a$

$f(1) = \nu \Rightarrow \nu = a + b \Rightarrow a = -\nu, b = \nu$

$f'(x) = \nu x^\nu - \epsilon x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \nu \notin [-1, 1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \\ f(0) = 1 \text{ max} \\ f(-1) = -\nu \text{ min} \end{cases}$

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1$$

x	-1	3
f'	+ 0 - 0 +	
f	↗ max $\frac{7}{3}$	↘ min $-\frac{25}{3}$

- d: مینیمم مطلق
- c: ماکزیمم مطلق
- c: ماکزیمم نسبی
- b: مینیمم نسبی

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0$$

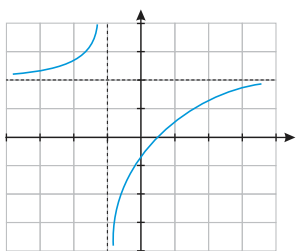
x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'	-	0	+
f	↘	0	↗

در بازه $(-\infty, 0)$ نزولی و در بازه $(0, +\infty)$ صعودی.

پاسخ سؤالات ۵۷ تا ۶۰

- ۶ ۵۷
- ۴ ۵۸
- ۴ ۵۹
- ۲ ۶۰

$$y' = \frac{3}{(x+1)^4} > 0$$



x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$\begin{matrix} +\infty \\ -\infty \end{matrix}$	2

نقطه عطف $f'(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow f''(x) = 6x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow (-1, 3)$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

تقعر رو به بالا $(-1, +\infty)$
 تقعر رو به پایین $(-\infty, -1)$

$f(-1) = 1 \Rightarrow a - b = 3$, $f''(-1) = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow a = 3$, $b = 0$

پاسخ سؤال ۶۴

$[-1, 1]$ یا $(-1, 1)$

پاسخ سؤال ۶۵

نادرست

$$\frac{f' = 0}{f'(x)} = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}} = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\begin{cases} f(0) = f(2) = 2 \text{ ماکزیمم مطلق} \\ f(1) = \sqrt{3} \text{ مینیمم مطلق} \end{cases}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

x		-3		1	
f'	+	↓	-	↓	+
f		↙	17	↘	-15
			max		min

$$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 1 + (-12) + d = 1 \Rightarrow d = 5$$

پاسخ سوالات ۶۹ تا ۷۰

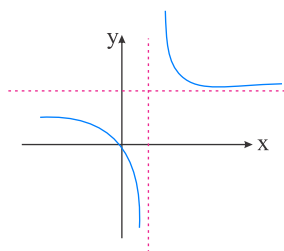
۶۹ نادرست

۷۰ درست

۷۱ مجانب قائم $x = 1$ و مجانب افقی $y = 2$ است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x}{x-1} \right) = 2$$

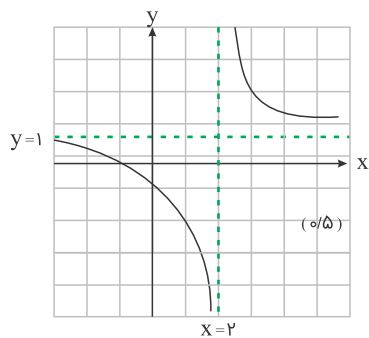
$$f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$$



x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'	-				-
f	2	↘	$-\infty$	↘	2

غ ق $y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4 \notin [-2, 3]$
 $f(-2) = -32, f(0) = 0, f(3) = -27$

ماکزیمم مطلق = 0
 مینیمم مطلق = -32



مجانِب قائم $x = 2$ (0/25)

مجانِب افقی $y = 1$ (0/25), $y' = \frac{-3}{(x-2)^2}$ (0/25)

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	1 ↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘ 1

جدول تعیین علامت (0/5 نمره)

$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$

$f(1) = 2 \Rightarrow a + b + 1 = 2 \Rightarrow a + b = 1 \quad a = -2$

$f''(\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0 \quad \Rightarrow b = 3$

$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$ غ ق ق

$f(-1) = 13, f(2) = 4, f(1) = -7 \Rightarrow \min : (1, -7), \max : (-1, 13)$

پاسخ سؤال ۷۶

$$f'(x) = -3x^2 + 6x \text{ (} \circ/۲۵ \text{)}, f''(x) = -6x + 6 = \circ \text{ (} \circ/۲۵ \text{)} \Rightarrow x = 1$$

(۱, ۳) نقطهٔ عطف (۰/۲۵)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y''	+	۰	-
y	∪	۳	∩

جدول تعیین علامت : ۰/۲۵ نمره

x	-۲	1
f'	+ ∴ - ∴ +	
	Max	Min

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = \circ \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

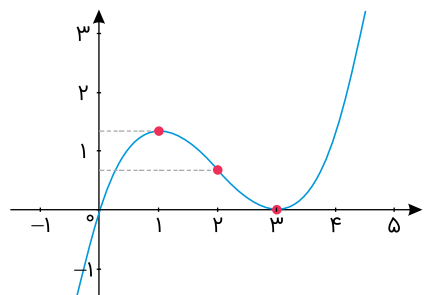
$$\begin{cases} f(1) = -7 \\ -2 \notin [-1, 3] \\ f(-1) = 13 \\ f(3) = 45 \end{cases} \Rightarrow \min : (1, -7), \max : (3, 45)$$

نقاط بحرانی : (۱, -۷), (-۱, ۱۳), (۳, ۴۵)

گزینهٔ ت صحیح است. مشتق سهمی، تابع خطی (غیرثابت) است. چون طول نقطهٔ مینیمم، منفی است پس f' محور xها را در ناحیهٔ $x < ۰$ قطع می‌کند.

$$f'(x) = x^2 - 4x + 3 \quad f''(x) = 2x - 4$$

x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$
$f'(x)$	+	۰	-	۰	+
$f''(x)$	(-)	(-)	(+)	(+)	(+)
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	۰	$+\infty$
		Max نسبی	نقطه عطف	Min نسبی	



پاسخ سؤال ۸۱

۲ ۸۱

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$f(1) = -1, \quad f(-1) = 3, \quad f(2) = 3 \Rightarrow \begin{cases} \max f(x) = 3 \\ \min f(x) = -1 \end{cases}$$

۸۲

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \notin [-1, 3] \end{cases}$$

$$f(-1) = 13$$

$$f(1) = -7 \Rightarrow \min = (1, -7)$$

$$f(3) = 45 \Rightarrow \max = (3, 45)$$

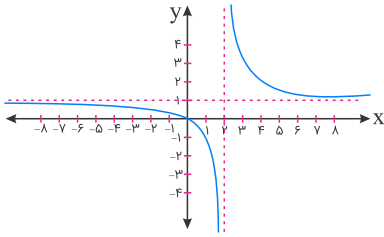
۸۳

$$h = \frac{300}{r^2}, \quad S = \frac{1800}{r} + 3r^2$$

$$S' = \frac{-1800}{r^3} + 6r = 0 \Rightarrow r = \sqrt[3]{300} \Rightarrow h = \sqrt[3]{300}$$

۸۴

$$y' = \frac{-2}{(x-2)^2} < 0$$



x	$-\infty$	o	2	3	$+\infty$
f'(x)		-		-	
f(x)	1	o	$+\infty$	3	1

$$y = 1 \circ + x \Rightarrow p = (y)(x) = 1 \circ x + x^2 \Rightarrow p'(x) = 1 \circ + 2x = 0 \Rightarrow x = -\Delta, y = +\Delta$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx$$

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 2b = 0 \Rightarrow b = -3$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 4 + 2b + d = 1 \Rightarrow d = \Delta$$

$$2x + 2y = 2 \Rightarrow x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$$

$$s(x) = xy = x(1 - x) = 1x - x^2$$

$$s'(x) = 1 - 2x = 0 \Rightarrow x = \epsilon, y = \epsilon$$

$$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c \quad (-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c \quad f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

نقطه C

الف

۹۰

نقطه D

ب

$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

x		-3		3	
f'(x)	+	o	-	o	+

اکیداً صعودی: $(-\infty, -3], [3, +\infty)$

۹۱