



پاسخ سؤالات ۱ تا ۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

$$m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1 \quad (0/25)$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 5 = \frac{5}{8} \quad (0/25)$$

۱

۲

پاسخ سؤال ۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

نادرست

۳

پاسخ سؤال ۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

نادرست (۰/۲۵)

۴

در این حالت هر دو معادله یک خط را نشان می‌دهند و دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}, \quad A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 12 \\ 1 & 10 & 11 \\ 19 & 5 & 42 \end{bmatrix}$$

$$|B| = 2(15) - 1(-9) + 0(-6) = 39$$

الف

ب

$$(A - B)^T = (A - B)(A - B) = A^T - AB - BA + B^T \stackrel{AB=BA}{=} A^T - 2AB + B^T$$

۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A - 2I| = 2 \Rightarrow (A - 2I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3} \Rightarrow m(m-1) = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

الف

خیر - زیرا دو ماتریس هم‌مرتبه نیستند.

ب

$$A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -4 & 6 & -4 \\ -8 & 11 & -6 \end{bmatrix}$$

$$|A \times B| = 0$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \quad (0/5)$$

$$mA + nI = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2m & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 4m \\ 2m & m+n \end{bmatrix} \quad (0/25)$$

$$\left. \begin{matrix} A^2 \\ mA + nI \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} n = 8 \\ (0/25) \end{matrix}, \begin{matrix} m = 1 \\ (0/25) \end{matrix}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

پاسخ سؤال ۱۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

نادرست

دو ماتریس را مساوی گوئیم، هرگاه درایه‌های آنها نظیر به نظیر برابر باشند:

$$\begin{cases} x - 1 = y + 1 \\ x - 2 = \lambda \\ z + 1 = 4 \end{cases} \xrightarrow{(0/5)} \begin{matrix} x = 1 \\ (0/25) \end{matrix}, \begin{matrix} y = \lambda \\ (0/25) \end{matrix}, \begin{matrix} z = 3 \\ (0/25) \end{matrix} \Rightarrow x + y + z = 21 \quad (0/25)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = 8$$

$$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

پاسخ سؤال ۱۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

-۳۰

۱۵

$$\frac{m}{f} = \frac{9}{m} = \frac{m+1}{-f} \Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -6 \end{cases} \text{ هر دو جواب قابل قبول}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

$$|A| = 2 \Rightarrow ||A|A| = |A|^3 |A| = |A|^4 = 16$$

۱۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

پاسخ سؤال ۱۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

نادرست است.

۱۷

$$2x - 1 = 5 \Rightarrow x = 3$$

۱۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

$$|A| = 0 \Rightarrow 2m - 4 = 0 \Rightarrow m = 2$$

۱۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

پاسخ سؤالات ۲۰ تا ۲۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

اسکالر ۲۰

-۱ ۲۱

پاسخ سؤالات ۲۲ تا ۲۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ m & 6 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{(0/25)} 6 + 2m = 0 \xrightarrow{(0/25)} m = -3 \quad (0/25)$$

۲۲

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 10 \xrightarrow{(0/25)} A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (0/25)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \underbrace{\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}}_{(0/25)} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}}_{(0/25)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 1, y = -1 \quad (0/25)$$

۲۳

پاسخ سؤال ۲۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

$$A = B \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x + y = 5 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x + y + z = \frac{3}{2}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, |A| = 2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, y = 2$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

$$\begin{bmatrix} x-2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

پاسخ سؤال ۲۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

درست ۲۸

پاسخ سؤالات ۲۹ تا ۳۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۹

نادرست ۲۹

درست ۳۰

پاسخ سؤال ۳۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

نادرست است. ۳۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۹

$$|A| = 5|A| - 24 \Rightarrow |A| = 6$$

الف

ماتریس A وارون پذیر است و وارون آن برابر است با:

ب

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & -\frac{4}{3} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = |A|(|A| - 2) + 1(2) \Rightarrow |A|^2 - 3|A| + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = 2 \end{cases}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

پاسخ سؤال ۳۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

۳۴ دترمینان برابر ۸ است.

$$[3x - 6 \quad -6x + 12] \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow [-3x + 6 - 6x + 12] = 0 \Rightarrow -9x + 18 = 0 \Rightarrow x = 2$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

$$\begin{cases} m - 2 = 0 \\ n + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -1 \end{cases}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 6 & 0 & -3 \\ 9 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

$$x = 2, y = -1$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

$$|2A| = (|A|^2 + 4) \Rightarrow (|A| - 2)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{2}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

پاسخ سؤال ۳۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

۳۹ دو

پاسخ سؤال ۴۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

۴۰ درست

۴۱

$$X = A^{-1} \times B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 1, y = 2$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

۴۲

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 + 3a & -\lambda + 2a \\ b - 3 & -2b - 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a - \lambda = 0 \Rightarrow a = 4 \\ b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

پاسخ سوالات ۴۳ تا ۴۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۹

۴۳ -۶

۴۴ اسکالر

۴۵

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3 + \lambda} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

۴۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

الف

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$|B| = 39$$

$$\begin{cases} m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \\ n + 1 = 0 \Rightarrow n = -1 \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 2(-1) - 1(2) + 1(-2) = -11, |A| = 2$$

$$|A| + |B| = 2 + (-11) = -9$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۹

۴۸

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{15 - 14} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

۴۹

$$\begin{bmatrix} 1 & x \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 + x & 4 + 2x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + 2x + 4 + 2x \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x = -2$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

$|A| = 0$ یا مخالف صفر

۵۰

$$\frac{m}{4} = \frac{3}{m+4} = \frac{-3}{2} \Rightarrow m(m+4) - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -6 & \text{ق ق غ} \\ m = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

۵۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 1$$

$$k|kA| = k(k^3|A|) = k^4 \times 1 = 625 \Rightarrow k = \pm 5$$

۵۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

$$|A| = 2(4-3) = 2 \Rightarrow |A^3| = |A|^3 = 8$$

۵۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

پاسخ سؤالات ۵۴ تا ۵۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

نادرست (۵/۵)

۵۴

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -8 \\ -1 & 1 & -4 \\ 7 & 6 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -8 \\ -1 & 1 & -4 \\ 7 & 6 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 & -10 & -14 \\ -8 & -6 & -7 \\ 11 & 13 & -22 \end{bmatrix}$$

$$A^3 \text{ مجموع درایه‌های سطر دوم} = (-8) + (-6) + (-7) = -21$$

درست (۵/۵)

۵۵

$$A^2 = A \Rightarrow (A+I)^2 = A^2 + 2A + I = A + 2A + I = 3A + I$$

پاسخ سؤال ۵۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

ماتریس

۵۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

نادرست

۵۷

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = -2I$$

$$A^3 = (A^2)^2 \cdot A = (-2I)^2 \cdot A = -8 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

۵۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 14 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

۵۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |AB| = 4(6) - 1(-6) + 5(-6) = 0$$

۶۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

پاسخ سؤال ۶۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

$$|A|A| = |4A| = 4^3|A| = 4^4$$

ندارد

۶۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

$$||A| \cdot A| = \underbrace{|-2A|}_{(0/25)} = \underbrace{(-2)^3|A|}_{(0/25)} = -8 \times (-2) = 16 \quad (0/25)$$

۶۲

۶۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

$$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \quad n = m = 2$$

۶۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

۶۵

درست

الف

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 3 + 10 = 13 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \times B = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -1 + 40 \\ -2 + 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = 3, y = 2$$

۱۳۹۹ امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی

$$[2x \quad 4x - 2] = [4 \quad y - 2] \Rightarrow \begin{cases} 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \\ 4x - 2 = y - 2 \Rightarrow y = 8 \end{cases}$$

۱۳۹۹ امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 17 & 8 \end{bmatrix}$$

$$|BA| = 3(-10) - 1(-10) - 1(-20) = 0$$

۱۳۹۸ امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \quad (0/5) \Rightarrow 2A - 3I = \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 6 & 12 & 18 \end{bmatrix}}_{(0/25)} - \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}}_{(0/25)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 6 & 12 & 15 \end{bmatrix} \quad (0/25)$$

۱۳۹۷ امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی

$$\begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{0/25} \begin{bmatrix} 4x + 3y & 3x + 4y \\ 5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x + 6 & 4y - 3 \\ 3x + 8 & 3y - 4 \end{bmatrix} \quad (0/5)$$

$$3x + 8 = 5 \Rightarrow x = -1 \quad (0/25), \quad 3y - 4 = 2 \Rightarrow y = 2 \quad (0/25)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = -2 + 4 - 2 = 0 \quad (0/25)$$

۱۳۹۷ امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی

$$|A| = 2, \quad |-\frac{1}{2}A^F| = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 |A|^F = -2$$

۱۴۰۱ امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی

۱۴۰۱ امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(B^T + 2I) = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \\ 7 & 7 & 18 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 6 \\ 6 & 12 & 8 \\ 7 & 7 & 20 \end{bmatrix}$$

$$|A| = (4 - 9 - 4) - (-4 - 12 + 3) = -9 + 13 = 4, |B| = -6$$

$$|A \times B| + |2I_3| = |A| \times |B| + 8|I| = -24 + 8 = -16$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

پاسخ سؤال ۷۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

درست ۷۴

$$\begin{vmatrix} m-3 & 3 \\ 4 & m+1 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{(0/25)} (m-3)(m+1) - 12 = 0 \xrightarrow{(0/25)} m = 5, m = -3 \quad (0/25)$$

$$m \in \mathbb{R} - \{5, -3\} \quad (0/25)$$

۷۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -8+2a = 0 \Rightarrow a = 4 \\ b-3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

۷۶

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه تمرین

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

$$A^T = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} a+b = 5 \\ 4a+b = 5 \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = 5$$

۷۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 13 \neq 0, A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

۷۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

پاسخ سؤالات ۷۹ تا ۸۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

ماتریس اسکالر (۰/۲۵) ۷۹

ندارد (۰/۲۵) ۸۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

۶ ۸۱

-۸ ۸۲

۸۳

$$\begin{aligned}(A - 3I)^2 &= (A - 3I)(A - 3I) \\ &= A^2 - 3AI - 3IA + 9I^2 \xrightarrow[\text{I}^2=I]{AI=IA=A} A^2 - 6A + 9I\end{aligned}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

$$a_{33} = 2, \quad a_{31} = 3 + 1 = 4, \quad a_{12} = 1 - 2 = -1$$

۸۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

$$\begin{aligned}A^{-1} &= \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{5} A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix} \\ 5A &= \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow (5A)^{-1} = \frac{1}{-50} \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

۸۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

۱ نادرست

۲ نادرست

۱

۲

۳

$$(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 4 \Rightarrow O'(4, -2), r' = 2 \quad (0/5)$$

$$OO' = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \quad (0/25)$$

$$|r - r'| = OO' \xrightarrow{(0/25)} |r - 2| = 5 \xrightarrow{(0/25)} \begin{cases} r = 7 \quad (0/25) \\ r = -3 \quad (0/25) \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

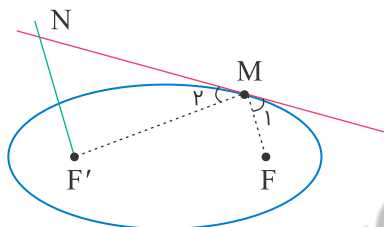
$$\Rightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 49 \quad (0/25)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

مجموع کمترین مقدار $MF + MF'$ بنا به خاصیت کوتاه‌ترین مسیر، زاویه‌های $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ از طرفی: $MF \parallel NF'$ و d مورب، در نتیجه $\hat{N} = \hat{M}_1$ خط شامل نقاط N و M (است)

نتیجه می‌شود: $\hat{N} = \hat{M}_2$ مثلث MNF' متساوی‌الاساقین است، یعنی $MF' = NF'$

۴



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

باتوجه به جایگاه رأس و خط هادی، سهمی قائم و دهانه سهمی رو به بالا است $(0/5)$ و $a = 3$ $(0/25)$. فرم استاندارد سهمی به صورت زیر است:

$$(x - h)^2 = 4a(y - k) \Rightarrow (x - 4)^2 = 12(y - 6) \quad (0/5)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

$$c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow \text{فاصله کانونی} : 2c = 8$$

۶

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۳۹۸

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2 \Rightarrow O(1, -2), r = \sqrt{2} \quad (0/5)$$

$$d = \frac{|1 + 2 - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (0/5)$$

۷

$r = d$ پس خط بر دایره مماس است. $(0/25)$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

$$r = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|12 + 3 + 5|}{\sqrt{16 + 9}} = 4$$

$$\Rightarrow (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 16 \quad (5/5)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

الف

باتوجه به جایگاه رأس و خط هادی، دهانه سهمی روبه پایین است و $a = 4$ پس معادله سهمی به صورت:

$$(x - 2)^2 = -16(y - 3)$$

ب

مختصات کانون سهمی برابر با $F = (2, -1)$ است.

پاسخ سؤالات ۱۰ تا ۱۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

درست (۵/۲۵)

درست (۵/۲۵)

نادرست (۵/۲۵)

برای اینکه معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله یک دایره باشد باید داشته باشیم: $a^2 + b^2 > 4c$ که در اینجا برقرار نیست.

پاسخ سؤال ۱۳

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۲

دایره

پاسخ سؤال ۱۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

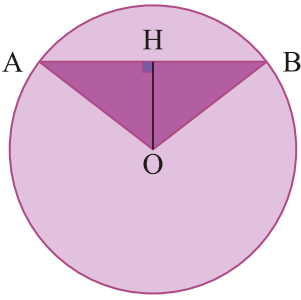
سهمی

پاسخ سؤالات ۱۵ تا ۱۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

$$\text{خروج از مرکز بیضی} = \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \quad (5/25)$$

نقطه (۵/۲۵)



$$OH = \frac{|3(0) + 4(1) + 6|}{\sqrt{9+16}} = 2$$

$$AB = 2\sqrt{5} \Rightarrow AH = \sqrt{5} \Rightarrow R = 3$$

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 = 9$$

$$x=0 \Rightarrow \begin{cases} y=4 \Rightarrow (0, 4) \\ y=-2 \Rightarrow (0, -2) \end{cases}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند عمود منصف پاره خط AB است این خط را رسم می‌کنیم و l می‌نامیم. مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر هستند دو خط d' و d'' می‌باشند که موازی d هستند. محل برخورد دو خط d' و d'' با خط l جواب مسأله است.
الف- اگر خط l دو خط d' و d'' را قطع کند مسئله دو جواب دارد.
ب- اگر خط l بر یکی از دو خط d' یا d'' منطبق باشد مسئله بی‌شمار جواب دارد.
پ- اگر خط l هیچ یک از دو خط d' و d'' را قطع نکند مسئله جواب ندارد.

۱۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

$$BB' = \frac{1}{\sqrt{3}} AA' \Rightarrow 2b = \frac{1}{\sqrt{3}} (2a) \Rightarrow a = \sqrt{3}b$$

$$\cos F'\hat{B}O = \frac{BO}{BF'} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow F'\hat{B}O = 60^\circ \Rightarrow F'\hat{B}F = 120^\circ$$

روش دوم: برای حل مسأله می‌توان از تانژانت زاویه $F'\hat{B}O$ نیز استفاده کرد.

۱۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

پاسخ سؤال ۲۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

درست است.

۲۰

پاسخ سؤالات ۲۱ تا ۲۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

مشترک

۲۱

پاره خط

۲۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

۲۳

الف

باتوجه به جایگاه رأس و معادله خط هادی، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می‌باشد. در این سهمی $a = 1$ و معادله آن برابر است با: $(y - 3)^2 = -4(x - 2)$

ب

مختصات کانون سهمی:

$$F(-a + h, k) = (-1 + 2, 3) = (1, 3)$$

پ

مختصات محل برخورد با محور طول‌ها برابر است با:

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}, \left(-\frac{1}{4}, 0\right)$$

۲۴

مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک‌فاصله باشند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. این خط را رسم می‌کنیم و خط d می‌نامیم. مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله 3 سانتی‌متر باشند، یک دایره به مرکز C و شعاع 3 سانتی‌متر است. این دایره را رسم می‌کنیم. محل برخورد دایره و خط d جواب مسئله است. بحث: اگر خط d دایره را قطع کند، مسئله 2 جواب دارد. اگر خط d بر دایره مماس باشد، مسئله 1 جواب دارد. اگر خط d دایره را قطع نکند، مسئله جواب ندارد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

پاسخ سؤال ۲۵

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۳۹۸

نادرست است.

۲۵

$$O = \left(-\frac{a}{p}, -\frac{b}{p}\right) = (1, 0), \quad r = \frac{1}{p} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 2$$

$$d = \frac{|1(1) + 1(0) - 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} < 2 \Rightarrow \text{مقاطع‌اند}$$

۲۶

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۳۹۸

پاسخ سؤال ۲۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

درست

۲۷

فرم استاندارد سهمی به صورت $(y - 3)^2 = -16(x + 1)$ است. سهمی افقی و دهانه سهمی به سمت چپ باز می‌شود. رأس سهمی نقطه $A(-1, 3)$ است و $a = 4$ مختصات کانون آن نقطه $F(-a + h, k) = (-5, 3)$ است. معادله خط هادی سهمی به صورت $x = a + h = 3$ است.

۲۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

۲۹

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=5, b=3} c = 4 \Rightarrow FF' = 8$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۱

$$OF = c = ۴, \quad OA = a = \lambda \xrightarrow{(۰/۵)} b^۲ = a^۲ - c^۲ = \underbrace{۶۴ - ۱۶ = ۴۸}_{(۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow \underbrace{b = ۴\sqrt{۳}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow ۲b = ۸\sqrt{۳} \quad (۰/۲۵)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

پاسخ سؤالات ۳۱ تا ۳۲

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۳۹۹

بیضی ۳۱

دایره ۳۲

۳۳

$$F(\alpha + a, \beta) = (1, ۲) \Rightarrow \begin{cases} \alpha + a = 1 \\ \beta = ۲ \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} x = \alpha - a \\ x = -۳ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha - a = -۳ \xrightarrow{\alpha+a=1} \begin{cases} a = ۲ \\ \alpha = -1 \end{cases}$$

$$(y - ۲)^۲ = \lambda(x + 1)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

$$R = \frac{1}{۲} \sqrt{۴ + ۰ + ۱۲} = ۲, \quad O(1, ۰)$$

$$OH = \frac{|1 \times 1 + ۰ \times 1 - ۳|}{\sqrt{1^۲ + 1^۲}} = \sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow OH < R$$

۳۴

خط و دایره متقاطع هستند.

کتاب درسی علوم تجربی دوازدهم ریاضی مثال

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۰

۳۵

مکان هندسی نقاطی که از نقاط A و B به یک فاصله‌اند: عمودمنصف پاره‌خط AB است.
مکان هندسی نقاطی که از نقاط C و D به یک فاصله‌اند: عمودمنصف پاره‌خط CD است.
محل برخورد دو عمودمنصف، جواب مسأله است.
حالت‌های ممکن: یک جواب، بدون جواب، بی‌شمار جواب

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

بیضی ۳۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

$$(x - 1)^۲ + (y + ۲)^۲ = 1 \Rightarrow O(1, -۲), R = 1$$

$$x^۲ + y^۲ + ۶x + ۲y - ۶ = ۰ \Rightarrow O'(-۳, -1), R' = ۴$$

$$d = OO' = \sqrt{17}$$

۳۷

بنابراین دو دایره متقاطع هستند: $۳ < \sqrt{17} < ۵$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

$$\begin{cases} 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \Rightarrow b = 3 \end{cases}, a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = 4, \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

$$r = OM = \sqrt{(1+2)^2 + (-1-3)^2} = 5 \Rightarrow (x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

$$O(2, -2), \quad r = 3, \quad d = \frac{|3 \times 2 + 4(-2)|}{\sqrt{9+16}} = \frac{2}{5}$$

چون شعاع دایره بزرگتر از فاصله مرکز دایره تا خط می‌باشد، پس خط و دایره متقاطع هستند.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۲

نقاط A و A' روی بیضی قرار دارند. بنا به تعریف بیضی داریم $A'F' + A'F = 2a$ و $AF' + AF = 2a$. نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{aligned} A'F' + A'F = AF + AF' &\Rightarrow A'F' + (A'F' + FF') = AF + (AF + FF') \\ \Rightarrow AF &= A'F' \end{aligned}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

پاسخ سؤال ۴۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

بیضی

اگر قطر دهانه دیش را با $2b$ و گودی را با h نمایش دهیم، فاصله کانونی برابر $a = \frac{fb^2}{16h}$ است.
 $h = 9$ و $2b = 60$ با جایگذاری در رابطه فوق داریم:

$$a = \frac{(2b)(2b)}{16h} = \frac{60 \times 60}{16(9)} = 25$$

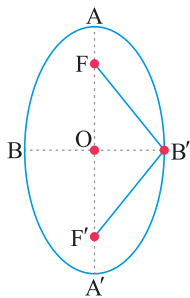
(اگر رابطه فوق به صورت $a = \frac{b^2}{4h} = \frac{(30)^2}{4(9)} = 25$ نوشته شود درست است)

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۲

$$FF' = 4, O(1, 3)$$

$$y = 3$$



$$OB' = \sqrt{OA'^2 - OF'^2} = \sqrt{\delta}$$

$$S = \frac{1}{2} OB' \times FF' = 2\sqrt{\delta}$$

روش اول:

(۱) $MTF = TFM$: بنا به تعریف سهمی $MF = MT$ مثلث MFT متساوی الساقین است:

(۲) $MTF = TFH$: از طرفی بنا به خطوط موازی $FH \parallel MT$ و مورب FT نتیجه می‌شود: TF نیمساز است. بنا به قضیه نیمساز در مثلث FHN داریم:

$$\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=FA} \frac{NF}{FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$$

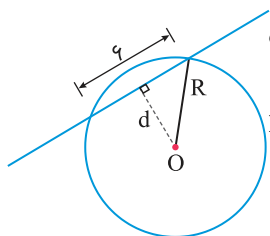
روش دوم:

$FH \parallel MT$ باتوجه به قضیه تالس در مثلث NHF :

$$\begin{cases} \frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH} \\ \frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \end{cases} \xrightarrow{MT=MF} \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF}$$

$$\xrightarrow{FH=FA} \frac{NF}{FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱



$$d = \frac{|3 \times 2 - 4(-3) + 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 4$$

$$R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۰

مرکز و شعاع دایره $1 = (x-3)^2 + (y-1)^2$ و $r' = 1$ و $o' = (3, 1)$

فاصله دو مرکز برابر $\sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{10}$ و $d > r + r' = 2$ و $d = oo' = \sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{10}$ (متخارج‌اند).

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

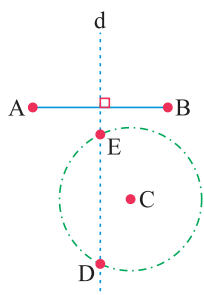
پاسخ سؤالات ۴۸ تا ۴۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۹

بیرون

کانون سهمی

مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است، بنابراین نقطه برخورد خط عمودمنصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط D و E)



الف) اگر خط عمودمنصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد.
 ب) اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد.
 پ) در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

پاسخ سؤال ۵۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

نیمساز ۵۱

دو دایره متخارج هستند. ۵۲

$$O_1 = (-1, 2), r_1 = 1, O_2 = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{a}{2} = 1 \\ -\frac{b}{2} = -2 \end{array} \right., r_2 = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} - 2c = 2$$

$$d = \sqrt{(-1-1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{20} \Rightarrow \sqrt{20} > 1+2 = 3$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۳۹۸

پاسخ سؤال ۵۳

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۳۹۸

درست است. ۵۳

نقاط A و B روی بیضی قرار دارد، باتوجه به تعریف بیضی: ۵۴

$$AF + AF' = 2a = BF + BF' \xrightarrow{AF'=BF} AF = BF'$$

دو مثلث AFB' و $BF'F'$ بنا به حالت ($AF = BF', AF' = BF, FF' = FF'$) برابری سه ضلع همنهشت هستند، در نتیجه دو زاویه $\widehat{AFB'} = \widehat{BF'F'}$ ، مثلث $MF'F'$ متساوی الساقین است و $MF = MF'$ یعنی M روی عمودمنصف پاره خط FF' (قطر کوچک بیضی) است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

پاسخ سؤالات ۵۵ تا ۵۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

خط ۵۵

دایره ۵۶

پاسخ سؤال ۵۷

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۳۹۸

کوچک‌تر ۵۷

پاسخ سؤال ۵۸

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۱

۳/۴ ۵۸

۵۹

$$\frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow c = \frac{3}{5}a, b = 8$$

$$\frac{a^2 = b^2 + c^2}{\rightarrow} a^2 = 64 + \frac{9}{25}a^2 \Rightarrow a = 10, c = 6$$

طول قطر بزرگ ۲۰ و فاصله کانونی ۱۲ است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

پاسخ سؤال ۶۰

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۰

درست ۶۰

پاسخ سؤالات ۶۱ تا ۶۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

دایره ۶۱

داخل ۶۲

۶۳

$$2a = 8 \Rightarrow a = 4, 2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow c = \sqrt{7} \Rightarrow 2c = 2\sqrt{7}$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۳۹۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

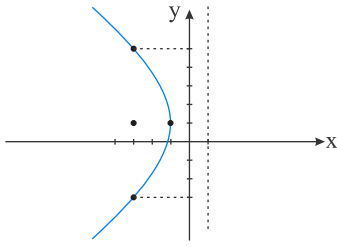
۶۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

$$y^2 - 2y + 1 = -\lambda x - 9 + 1 \Rightarrow (y-1)^2 = -\lambda(x+1) \Rightarrow A(-1, 1)$$

دهانه سهمی به چپ و $a = 2$ ، خط هادی $x = 1$ و کانون سهمی $F(-3, 1)$.

نقاط کمکی: $B = (-3, 5)$ ، $B' = (-3, -3)$.



نقطه B روی عمودمتصف پاره خط FF' قرار دارد، در نتیجه:

$$BF = BF' \quad (1)$$

$$BF + BF' = 2a \xrightarrow{(1)} BF = BF' = a$$

$$OF^2 + OB^2 = BF^2 \Rightarrow c^2 + b^2 = a^2$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

فاصله هر نقطه روی بیضی از دو کانون برابر است با قطر بزرگ بیضی:

بنابه رابطه فیثاغورس در مثلث BOF داریم:

پاسخ سؤالات ۶۶ تا ۶۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

۶۶ نادرست

۶۷ درست

پاسخ سؤالات ۶۸ تا ۶۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

۶۸ ویژگی مشترک

۶۹ دایره

۷۰ نصف می شود:

$$\frac{a'}{a} = \frac{\frac{b^2}{F(2h)}}{\frac{b^2}{4h}} = \frac{1}{2}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

۷۱ درست است.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۰

$$O \begin{cases} \frac{1+1}{2} = 1 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases}, FF' = |3 - (-5)| = 8 = 2c \Rightarrow c = 4$$

$$c = 4, a = 6 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow b = \sqrt{20} \Rightarrow BB' = 2\sqrt{20}$$

۷۱

۷۲

الف

ب

پاسخ سؤالات ۷۳ تا ۷۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۹

۷۳ درست

۷۴ نادرست

پاسخ سؤالات ۷۵ تا ۷۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

۷۵ معادله متعارف سهمی $(y-1)^2 = 8(x-1)$ و فاصله کانونی $a = 2$

۷۶ راس سهمی $(1, 1)$ معادله خط هادی $x = -1$ و مختصات کانون آن $(3, 1)$

پاسخ سؤالات ۷۷ تا ۷۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

۷۷ درست

۷۸ نادرست. $\alpha = \beta = 65^\circ$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۳۹۹

فاصله کانونی $FF' = |3 - (-5)| = 8 = 2c$

$$O \begin{cases} \frac{1+1}{2} = 1 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases} \text{ مرکز}$$

الف

و معادله قطر بزرگ: $x = 1$

الف

با استفاده از جایگاه رأس و خط هادی سهمی قائم در دستگاه مختصات خواهیم داشت: $a = ۴$
دهانه سهمی رو به پایین است و معادله آن برابر است با:

$$(x - ۲)^۲ = -۴(۴)(y - ۳)$$

ب

مختصات کانون سهمی برابر است با $F = (۲, -۱)$.

۸۱

مرکز و شعاع دایره را به دست می‌آوریم.

$$x^۲ + y^۲ - ۲x + ۲y = ۰ \Rightarrow O(1, -1), r = \sqrt{۲}$$

$$OA = \sqrt{۰ + ۱} = ۱ \Rightarrow OA < r$$

پس نقطه داخل دایره قرار دارد.

$$(x + 1)^۲ + (y - 1)^۲ = ۲ \Rightarrow O'(-1, 1), r' = \sqrt{۲}$$

$$(x - 1)^۲ + (y + 1)^۲ = ۲ - c \Rightarrow O(1, -1), r = \sqrt{۲ - c}$$

$$OO' = ۲\sqrt{۲}$$

$$OO' = r + r' \Rightarrow ۲\sqrt{۲} = \sqrt{۲} + \sqrt{۲ - c} \Rightarrow c = ۰$$

۸۲

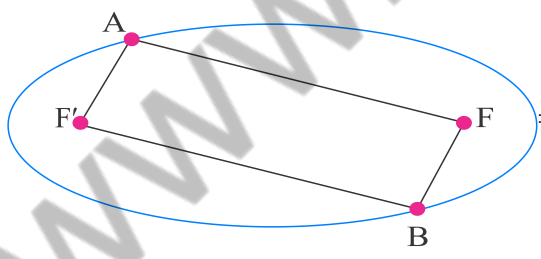
پاسخ سؤال ۸۳

نادرست

۸۳

$$O \begin{cases} \frac{-a}{۲} = ۳ \\ \frac{-b}{۲} = -۱ \end{cases} \quad r = \frac{۱}{۲} \sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = ۲$$

۸۴



نقاط A و B را به کانون‌های بیضی وصل می‌کنیم.
نقطه A روی بیضی قرار دارد بنا به تعریف بیضی داریم: $AF + AF' = ۲a$ (۱)
نقطه B روی بیضی قرار دارد: $BF + BF' = ۲a$ (۲)
از (۱) و (۲) فرض $(AF' = BF)$ نتیجه می‌شود: $AF = BF'$
بنابراین چهار ضلعی $AFBF'$ یک متوازی‌الاضلاع است. در متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو موازی‌اند:
 $AF \parallel BF'$

۸۵

$$PF + PF' = ۲a \Rightarrow \sqrt{۹ + m^۲} + \sqrt{۹ + m^۲} = ۱۰ \Rightarrow m = \pm ۴$$

۸۶

نقطه B روی بیضی است؛ پس $BF + BF' = 2a$. از طرفی نقطه B روی عمودمنصف پاره‌خط FF' قرار دارد، پس $BF = BF'$. بنابراین $BF = BF' = a$. در مثلث قائم‌الزاویه OFB داریم:

$$OB^2 + OF^2 = BF^2 \Rightarrow b^2 + c^2 = a^2$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

$$O\left(\frac{4-2}{2}, \frac{-1+1}{2}\right) = (1, 0), \quad |AB| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10} \Rightarrow r = \sqrt{10}$$

$$(x-1)^2 + y^2 = 10$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

باتوجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می‌باشد. مختصات رأس سهمی $A(-1, 2)$ ، در این سهمی $a = AF = 2$ ، معادله آن برابر است با:

$$(y-2)^2 = -8(x+1)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

پاسخ سؤالات ۹۰ تا ۹۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

۹۰ درست

۹۱ نادرست

$$a^2 + b^2 - fc > 0 \Rightarrow 9 + 25 - 4a > 0 \Rightarrow 4a < 34 \Rightarrow a < \frac{17}{2}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

$$\begin{cases} y^2 + 7x + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow x^2 + (-7x - 5) = 25 \Rightarrow x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$x = -3, \quad x = 10$$

$$\begin{cases} x = -3 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm 4 \Rightarrow (-3, 4), (-3, -4) \\ x = 10 \Rightarrow y^2 = -75 \end{cases}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

پاسخ سؤالات ۹۴ تا ۹۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

درست (۰/۵)، مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله باشند، نیمساز زاویه بین آن دو خط است.

نادرست (۰/۵)، صفحه‌ای با مولد سطح مخروط دواری، موازی است و از رأس آن عبور نمی‌کند، فصل مشترک این صفحه و سطح مخروطی، یک سهمی است.

$$O(0,0), O'(1,0) \quad r = 2, r' = \sqrt{5}$$

$$OO' = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1 \Rightarrow |r - r'| = \sqrt{5} - 2 < OO' < r + r' = \sqrt{5} + 2$$

دو دایره متقاطع هستند.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

$$R = OM = \sqrt{(1-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{5}$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۰

$$a = \frac{5}{4}c \Rightarrow \frac{25}{16}c^2 = 9 + c^2 \Rightarrow c = 4$$

$$FF' = 2c = 8$$

$$a = 5 \Rightarrow A(1, -1), A(-9, -1)$$

$$O(-\frac{a}{r}, -\frac{b}{r}) = (\frac{2}{r}, \frac{6}{r}) = (1, 3)$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۲

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + ax + \frac{a^2}{4}) + (y^2 + by + \frac{b^2}{4}) = -c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}$$

$$(x + \frac{a}{2})^2 + (y + \frac{b}{2})^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4}$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

پاسخ سؤال ۱۰۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

نادرست **۱۰۱**

پاسخ سؤالات ۱۰۲ تا ۱۰۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

بیضی **۱۰۲**

$(\frac{1}{2}, 1)$ **۱۰۳**

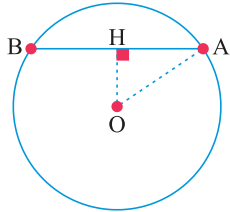
$$2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c = \sqrt{7}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۳۹۷



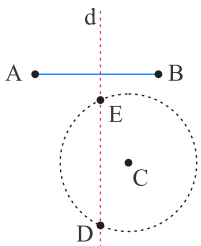
$$AH = \frac{1}{2}AB = 3$$

$$OH = \frac{|3(2) - 4(-1) + 10|}{\sqrt{9 + 16}} = 4$$

$$OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow r^2 = (4)^2 + (3)^2 = 25, \quad (x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره‌خط AB و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است، بنابراین نقطه برخورد خط عمودمنصف (d) و دایره، جواب مسئله است. (نقاط D و E) اگر خط عمودمنصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد، اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد و در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۳۹۹

$$c = \frac{4}{5}a \Rightarrow 9 + \frac{16}{25}a^2 = a^2 \Rightarrow a = 5, \quad c = 4, \quad FF' = 8, \quad 2a = 10$$

$$A(1, -1), \quad A'(-9, -1)$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۳۹۹

$$O(-1, 0), \quad R = 2$$

$$(1, 0), \quad (-3, 0)$$

از مرکز دایره بر وتر عمود می‌کنیم عمود OH وتر AB را نصف می‌کند.

الف

ب

الف

ب

باتوجه به جایگاه رأس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت:

سهمی روبه پایین و $a = ۴$ است.

معادله سهمی: $(x - ۱)^۲ = -۱۶(y - ۲)$

معادله خط هادی: $y = ۶$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

مرکز بیضی محل برخورد قطر کانونی و قطر کوچک است، پس $O(۲, -۱)$. باتوجه به اینکه $AA' = ۱۲$ و $BB' = ۸$ بنابراین:

$AA' = ۲a = ۱۲ \Rightarrow a = ۶$

$BB' = ۲b = ۸ \Rightarrow b = ۴$

همچنین:

$c^۲ = ۳۶ - ۱۶ = ۲۰ \Rightarrow c = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow FF' = ۲c = ۴\sqrt{۵}$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۲

باتوجه به جایگاه رأس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت:

سهمی روبه پایین و $a = ۴$

معادله خط هادی: $(۰/۵)y = ۶$

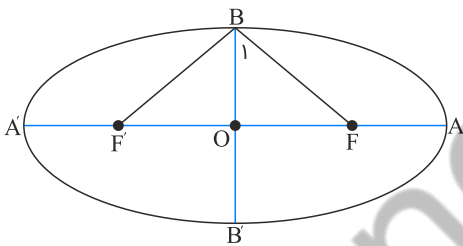
معادله سهمی: $(x - ۱)^۲ = -۱۶(y - ۲)$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

$a = ۲b \Rightarrow c^۲ = a^۲ - b^۲ = ۴b^۲ - b^۲ = ۳b^۲ \Rightarrow c = \sqrt{۳}b$

$\tan B_1 = \frac{OF}{OB} = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{۳}b}{b} = \sqrt{۳} \Rightarrow B_1 = ۶۰^\circ$

$F\hat{B}F' = ۲ \times ۶۰ = ۱۲۰^\circ$



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

$r = \frac{|۳ \times ۰ - ۴(۳) - ۳|}{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = ۳ \Rightarrow (x - ۰)^۲ + (y - ۳)^۲ = ۹$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۱

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۰

پاسخ سوالات ۱۱۴ تا ۱۱۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

نادرست

درست



پاسخ سؤال ۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

درست

۱

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 2(m+1) + 3m - 2 = 0 \Rightarrow m = 0$$

۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

پاسخ سؤال ۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

درست

۳

$$(\vec{b} \times \vec{c}) = (6, 4, -4)$$

$$v = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |(1, 0, -1) \cdot (6, 4, -4)| = 10$$

۴

راه حل دوم برای محاسبه v می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$v = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = \left| \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} \right| = 10$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

پاسخ سؤال ۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

صفر

۵

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{72}{3 \times 26} = \frac{12}{13} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{5}{13}$$

$$\xrightarrow{\theta < 90^\circ} \cos \theta = \frac{5}{13} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \theta = 30$$

روش دوم:

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \Rightarrow 72^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 3^2 \times 26^2$$

$$(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = 900 \Rightarrow (\vec{a} \cdot \vec{b}) = \pm 30 \xrightarrow{\theta < 90^\circ} (\vec{a} \cdot \vec{b}) = 30$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

پاسخ سؤال ۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

yoz

۷

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = 0 \Rightarrow (0, m, -1) \cdot (3, -3, -3) = 0$$

$$\Rightarrow -3m + 3 = 0 \Rightarrow m = 1$$

۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5$$

۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

$$A = (2, 0, 0) \quad , \quad B = (1, 0, 3)$$

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (0-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$M = \left(\frac{2+1}{2}, \frac{0+0}{2}, \frac{0+3}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2} \right)$$

الف

ب

پ

$$\vec{u} = \vec{a} - \vec{j} = (-2, -1, 1) \quad , \quad \vec{u} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k}$$

$$|\vec{u} \times \vec{b}| = \sqrt{75}$$

$$S = \frac{5\sqrt{75}}{2}$$

۱۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow 10 = 3 \times 5 \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{3}, \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = 5\sqrt{5} \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

با استفاده از اتحاد لاگرانژ هم مسأله را می‌توان حل کرد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

پاسخ سؤال ۱۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

درست است.

$$\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) = \vec{i} \cdot (\vec{i}) = |\vec{i}|^2 = 1$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow 2m = (\sqrt{m^2 + 4})(2\sqrt{2})\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 4m^2 = 2m^2 + 8$$

$$\Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 & \text{قق} \\ m = -2 & \text{غقق} \end{cases}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

$$\vec{a} = r\vec{b}$$

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{(r\vec{b}) \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{r|\vec{b}|^2}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = r\vec{b} = \vec{a}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

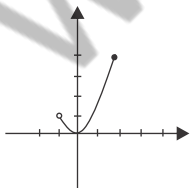
برداری عمود بر دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و \vec{c} برابر است با:

$$(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = (1, 4, 1) \times (2, 1, -2) = (-9, 4, -7)$$

حجم متوازی‌السطوح تولیدشده توسط سه بردار \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} برابر است با:

$$\left| (\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})) \right| = (2, 3, 1) \times (-2, -2, -3) = -13$$

رسم نمودار:



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

$$|AB| = \sqrt{(3-3)^2 + (-2-1)^2 + (2-2)^2} = 3$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ -2 \leq y \leq 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

پاسخ سؤالات ۲۰ تا ۲۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

محور yz ها است. معادله $x = 0$ معادله صفحه yz که شامل محور yz ها است. $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

$$\vec{a} + 2\vec{b} = (2, -1, 3) + 2(1, 2, 0) = (4, 3, 3)$$

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{16 + 9 + 9} = \sqrt{34}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \times 1 + (-1)(-1) + 2 \times 0 = 3, \quad |\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{3}{2}(1, -1, 0) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 0\right)$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه مثال

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۰

پاسخ سؤال ۲۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۸

صفر

عرضها یا محور yz ها

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

$$V = 0 \Rightarrow |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} m & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & m & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Rightarrow m = 1$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

$$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (1, 1, 1)$$

$$\vec{v} = 2\vec{c} - \vec{b} = (3, -4, 0) \Rightarrow |\vec{v}| = 5, \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = -1$$

$$\vec{u}' = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \vec{v} \Rightarrow \vec{u}' = \left(-\frac{3}{25}, \frac{4}{25}, 0\right)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (o/25) \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \quad (o/25)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \underbrace{(2, -1, 2) \times (1, -1, 0)}_{(o/25)} = (2, 2, -1) \quad (o/25)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 0 \xrightarrow{|\vec{a}| \neq 0, |\vec{b}| \neq 0} \cos \theta = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

$$\vec{a} - 2\vec{b} = (2, 0, -1) - (2, 4, 2) = (0, -4, -3), \quad |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{16 + 9} = 5$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

پاسخ سؤال ۳۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{-2 - 3 - 10}{4 + 1 + 25} (-2, 1, -5) = \frac{-1}{3} (-2, 1, -5) \text{ یا } (1, -\frac{1}{3}, \frac{5}{3})$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (1, -3, 2) \times (-2, 1, -5) = (13, 1, -5)$$

$$(\text{یا: } \vec{b} \times \vec{a} = (-2, 1, -5) \times (1, -3, 2) = (-13, -1, 5))$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow 3 = 3\sqrt{2} \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

مختصات نقطه $A(0, 0, 3)$ ، مختصات وسط AB برابر با $M(\frac{1}{2}, 0, 2)$ و فاصله تا مبدا مختصات $\frac{\sqrt{17}}{2}$ است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

برداری عمود بر دو بردار $-\vec{2b}$ و \vec{c} برابر است با:

$$(-2\vec{b}) \times \vec{c} = (2, -2, 0) \times (2, 1, -2) = (4, 4, 6)$$

ب حجم متوازی‌السطوح تولیدشده توسط سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} برابر است با:

$$|(\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}))| = |(2, 3, 1) \cdot (-2, -2, -3)| = 13$$

۳۶

حجم متوازی‌السطوح برابر با حاصل ضرب ارتفاع در مساحت قاعده است.
حجم متوازی‌السطوح برابر $2 = |(1, 1, 0) \cdot (1, 1, -1)| = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$ است.
مساحت قاعده این متوازی‌السطوح که توسط بردارهای \vec{b} و \vec{c} تولید می‌شود برابر با $|\vec{b} \times \vec{c}| = \sqrt{3}$ است.

$$h = \frac{|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|}{|\vec{b} \times \vec{c}|} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

در نتیجه:

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

۳۷

الف CDEFG

ب

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}$$

پ D(2, 4, 3)

ت y = 2

۳۸

$$\vec{AB} = (1, 2, 1), \vec{AC} = (-3, 2, -3)$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = (-8, 0, 8), S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = 4\sqrt{2}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

۳۹

الف z = 4

ب محور yها

پ نقطه $A = (2, 0, 0)$ و مختصات وسط AB برابر است با: $(-1, 3, \frac{-3}{2})$

پاسخ سؤال ۴۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

۴۰ ناحیه ۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۹

۴۱

الف بردار \vec{a} در ناحیه چهارم است.

ب

$$\vec{a} + 2\vec{b} = (3, -2, 1) + 2(-2, 1, -1) = (-1, 0, -1)$$

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{2}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (1, 1, -1)$$

پاسخ سؤال ۴۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

۴۲ درست است.

پاسخ سؤال ۴۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

۴۳ صفر یا $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

پاسخ سؤالات ۴۴ تا ۴۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

۴۴ $b = -3$

۴۵ محور zها

۴۶ نقطه $A = (0, 2, 3)$ و مختصات وسط AB برابر است با $(-2, 4, 0)$.

۴۷ روش اول:

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{12}{4 \times 6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 &= |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \\ \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (12)^2 &= (4)^2 (6)^2 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 144 = 576 \\ \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}|^2 &= 432 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = 6\sqrt{3}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

پاسخ سؤال ۴۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

نادرست ۴۹

$$\vec{b} \times \vec{c} = (2, 3, -1) \times (1, -1, 3) = (8, -7, -5)$$

۵۰

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0 \Rightarrow (1, m, -11) \cdot (8, -7, -5) = 8 - 7m + 55 = 0 \Rightarrow m = 9$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۳۹۸

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} \parallel \vec{a} \Rightarrow \vec{b} = (fk, -fk, 2k)$$

۵۱

$$|\vec{b}| = 6|k| = 12 \Rightarrow k = \pm 2 \Rightarrow k = -2 \Rightarrow \vec{b} = (-8, 8, -4)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۲

۵۲

$$\vec{b} + \vec{c} = (2, -3, 6), \quad \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{|\vec{b} + \vec{c}|^2} (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{35}{49} (2, -3, 6)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۰

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

نادرست. $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$ ۵۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

درست ۵۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

۵۵

الف بردار \vec{e} در ناحیه ۵ واقع است.

$$2\vec{a} - \vec{b} = (2, 2, -1) \Rightarrow |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{4 + 4 + 1} = \sqrt{9} = 3$$

الف

ب

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

۵۶

$$A(0, 4, 3)$$

الف

ب

$$AD : \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases} \quad CDF G : \begin{cases} x = 2 \\ 0 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq z \leq 3 \end{cases}$$

$$\vec{a} = (3, 2, -1) \xrightarrow{0/25} r\vec{b} - \vec{a} = \underbrace{2\vec{b}}_{(0/25)} - \vec{a} = \underbrace{(6, 2, -2)}_{0/25} - (3, 2, -1) = (3, 0, -1) \quad (0/25)$$

57

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

58

$$2\vec{b} = (2, 0, 2), \quad |2\vec{b} - \vec{c}| = |(2, -2, 1)| = 3$$

الف

$$\vec{b} + \vec{c} = (1, 2, 2)$$

ب

$$S = |\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})| = |(1, -5, 1)| = 3\sqrt{10}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta \Rightarrow \underbrace{12}_{0/25} = \underbrace{3 \times 26}_{0/25} \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{12}{13}$$

59

$$\xrightarrow{0/25} \cos \theta = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \pm \frac{5}{13} \quad (0/25)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 3 \times 26 \times \left(\pm \frac{5}{13}\right) = \pm 30 \quad (0/25)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

$$\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

60

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

پاسخ سؤال ۶۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{2+1+0}{1+1+0} (1, -1, 0) = \frac{3}{2} (1, -1, 0)$$

۶۱
صفر

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 0 \xrightarrow{|\vec{a}|, |\vec{b}| \neq 0} \cos \theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

63

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

نقاط A و B، زیرا در این دو نقطه $y = 2$ و $z = 1$ است.

64

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۹

$$M = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+(-3)}{2}, \frac{0+4}{2} \right) = \left(1, -\frac{3}{2}, 2 \right)$$

$$OM = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{29}{4}}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-n}{\sqrt{2} \times \sqrt{4+1+n^2}} \Rightarrow \frac{n-2}{\sqrt{n^2+5}} = 1$$

$$n^2 + 5 = n^2 - 4n + 4 \Rightarrow n = -\frac{1}{4}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

$$\vec{a} = r \vec{b}$$

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{(r \vec{b}) \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = \frac{r |\vec{b}|^2}{|\vec{b}|^2} \vec{b} = r \vec{b} = \vec{a}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

الف نادرست

پاسخ سؤال ۶۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

$$\vec{b} + \vec{c} = (2, -3, 6) \quad (0/25)$$

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{|\vec{b} + \vec{c}|^2} (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{(-1, -3, 0) \cdot (2, -3, 6)}{49} (2, -3, 6) = \frac{1}{7} (2, -3, 6) \quad (0/5)$$

نادرست

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

پاسخ سؤال ۷۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

صفر

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\vec{b} \cdot \vec{b}} \vec{b} = \frac{(1, 2, 3) \cdot (-2, 0, 2)}{(-2, 0, 2) \cdot (-2, 0, 2)} (-2, 0, 2) = \frac{-2+6}{4+4} (-2, 0, 2) = (-1, 0, 1)$$

الف

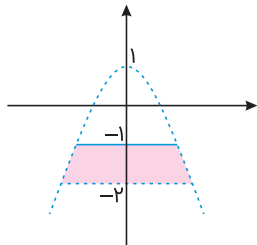
ب

$$2\vec{a} - \vec{b} = 2(1, 2, 3) - (-2, 0, 2) = (4, 4, 4), \quad |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{16 + 16 + 16} = \sqrt{48}$$

۷۳

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 0 \Leftrightarrow \cos \theta = 0 \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷



۷۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a_1 a_1 + a_2 a_2 + a_3 a_3 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = |\vec{a}|^2$$

۷۵

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

پاسخ سؤال ۷۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

$$\vec{AB} = (2, -2, -1), \vec{AC} = (1, -3, 1)$$

$$S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} |(-5, -3, -4)| = \frac{1}{2} \sqrt{25 + 9 + 16} = \frac{1}{2} \sqrt{50}$$

۷۶

۷۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۸

پاسخ سؤال ۷۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۱

$z = 3$ ۷۸

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta \Rightarrow 12 = 3(26) \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{12}{13}$$

$$\cos \theta = \frac{5}{13} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 3(26) \frac{5}{13} = 30$$

۷۹

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

$$\vec{a} \times \vec{b} = (-1, -1, 1) \quad (0/25)$$

$$S = \underbrace{|\vec{a} \times \vec{b}|}_{0/25} = \underbrace{\sqrt{1+1+1}}_{0/25} = \sqrt{3} \quad (0/25)$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۳۹۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۰

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 + 1 + 0 = 3 \quad \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$\vec{a} \times \vec{b}$ بردار عمود بر دو بردار:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (2, -1, 2) \times (1, -1, 0) = (2, 2, -1)$$

۸۰

۸۱

الف

ب