

تحليل سوالات رياضی کنکور ۱۴۰۳

نوبت اول اردیبهشت ۱۴۰۳

رشته تجربی

سعيد پناهی

دکترای برق مخابرات خواجه نصیر

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۴۱- اگر لوتسیم ($^{176}_{71}\text{Lu}$) با گسیل بتای منفی پرتوزایی کند، هسته دختر کدام است؟

- (۱) $^{176}_{72}\text{Hf}$ (۲) $^{175}_{72}\text{Hf}$ (۳) $^{176}_{69}\text{Tm}$ (۴) $^{177}_{69}\text{Tm}$

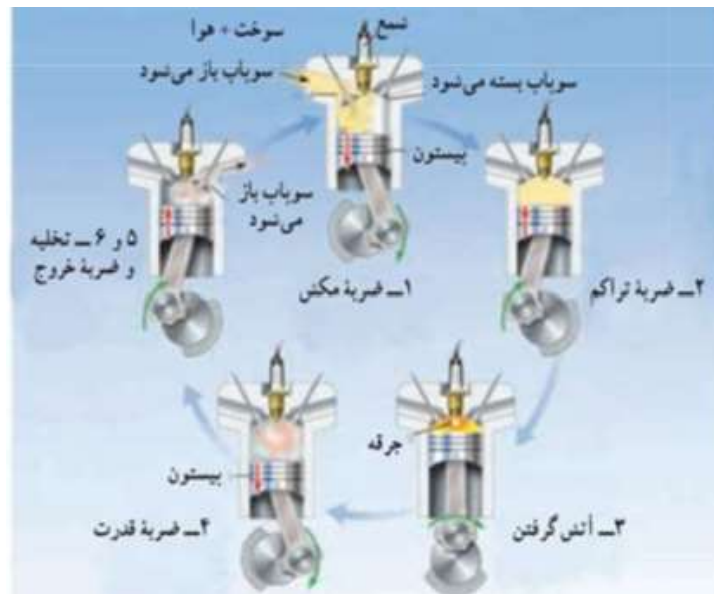


گزینه ۱ (فیزیک هسته ای) (ساده)

۴۲- در مرحله «ضربه تراکم» سوپاپ ورودی و سوپاپ خروجی به ترتیب در چه وضعیتی هستند؟

- (۱) هر دو باز
(۲) هر دو بسته
(۳) ورودی بسته، خروجی باز
(۴) ورودی باز، خروجی بسته

گزینه ۲ (ترمودینامیک) (ساده)



۱۱۱- سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند مقدار صحیح است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

گزینه ۱ (معادلات درجه دوم) (متوسط)

$$-mx^2 + mx + 1 = -m - x \Rightarrow mx^2 - (m+1)x - (m+1) = 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

$$(m+1)^2 + 4m(m+1) = 5m^2 + 6m + 1 < 0 \Rightarrow (m+1)\left(m + \frac{1}{5}\right) < 0$$

$$\text{صفر} = \text{تعداد اعداد صحیح} \Rightarrow -1 < m < -\frac{1}{5}$$

۱۱۲- اگر $f = \left\{ \left(\frac{1}{9}, -1\right), \left(\frac{1}{3}, 1\right), \left(-\frac{1}{4}, 3\right), \left(\frac{1}{4}, -3\right) \right\}$ و $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ و $\text{fog}^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{8}$

گزینه ۳ (تابع وارون) (ساده)

$$f(g^{-1}(a)) = -3 \Rightarrow g^{-1}(a) = f^{-1}(-3) = \frac{1}{4} \Rightarrow g\left(\frac{1}{4}\right) = a = -\left|\frac{1}{4}\right|\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{8}$$

۱۱۳- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

گزینه ۱ (تابع درجه دوم) (متوسط)

$$\alpha + \beta = -\frac{4}{25\alpha} \quad \alpha\beta = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow 25\alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{25} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5}$$

$$\alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \beta = -1$$

$$\alpha = -\frac{1}{5} \Rightarrow \beta = +1$$

$$\Rightarrow \beta > \alpha \Rightarrow \text{اول یا چهارم} \Rightarrow \text{راس سهمی} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-10} = \frac{2}{5}$$

$$y = -5 \times \frac{4}{25} + \frac{1}{5} + 1 = \frac{9}{5} \quad \text{ناحیه اول}$$

۱۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3-x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

گزینه ۳ (نامعادلات) (ساده)

$$-4 < \frac{-1}{3-x} < 0 \Rightarrow \text{تست اعداد طبیعی} \Rightarrow 1 \text{ و } 2$$

۱۱۵- تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a+b$ کدام است؟

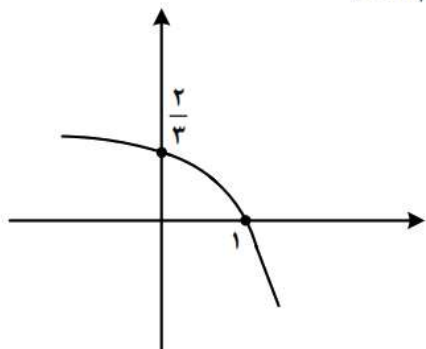
 $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

گزینه ۱ (توابع یکنوا) (ساده)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x & : x \geq 0 \\ -x^2 + x & : x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{اکیدا نزولی} \Rightarrow \text{طول راس سهمی} = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۱۱۶- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{10}{9}$
 (۲) $\frac{8}{9}$
 (۳) $\frac{5}{3}$
 (۴) $\frac{7}{8}$

گزینه ۲ (تابع نمایی) (ساده)

$$(1, 0) \Rightarrow 0 = 1 + c \times 3^a \times 3^b \Rightarrow$$

$$\left(0, \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \frac{2}{3} = 1 + c \times 3^a \Rightarrow c \times 3^a = -\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} \times 3^b = -1 \Rightarrow 3^b = 3 \Rightarrow$$

$$b = 1 \Rightarrow f(-1) = 1 + c \times 3^{a-b} = 1 + \frac{c \times 3^a}{3^b} = 1 + \frac{-\frac{1}{3}}{3} = \frac{8}{9}$$

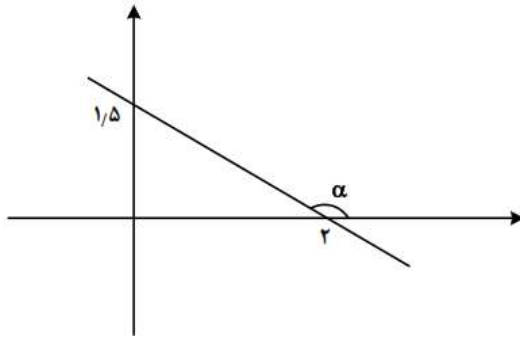
۱۱۷- اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۹

گزینه ۴ (تابع وارون) (ساده)

$$x = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \Rightarrow 3 = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}a = \frac{3}{4}a \Rightarrow a = 4$$

۱۱۸- در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{4}$
 (۲) $\frac{4}{3}$
 (۳) $-\frac{3}{4}$
 (۴) $-\frac{4}{3}$

گزینه ۴ (مثلثات) (ساده)

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha = -\cot(180^\circ - \alpha) = -\frac{2}{1.5} = -\frac{4}{3}$$

۱۱۹- حاصل عبارت $\frac{3\cos(248^\circ) - 2\sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

- (۱) 0.5 (۲) -0.5 (۳) -2.5 (۴) 2.5

گزینه ۴ (مثلثات) (ساده)

$$\frac{3\cos(270^\circ - 22^\circ) - 2\sin(180^\circ - 22^\circ)}{\sin(180^\circ + 22^\circ) - \cos(270^\circ + 22^\circ)} = \frac{-3\sin 22^\circ - 2\sin 22^\circ}{-\sin 22^\circ - \sin 22^\circ} = \frac{-5\sin 22^\circ}{-2\sin 22^\circ} = 2.5$$

۱۲۰- معادله مثلثاتی $\sin 2x - 4\sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

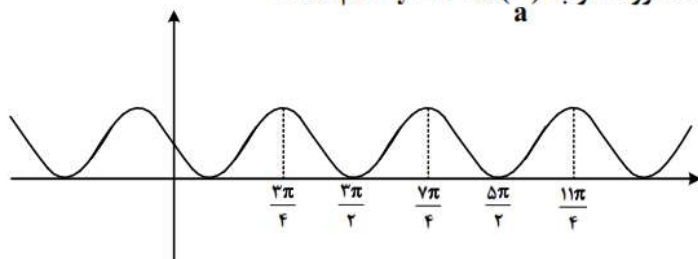
گزینه ۲ (مثلثات) (ساده)

$$\sin 2x - 4\sin x \cdot \cos x \cdot \sin x = \sin 2x - 4\sin^2 x \cos x = \sin 2x(1 - 2\sin x) = 0$$

$$\sin 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, 0, -\frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

۱۲۱- شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos(\frac{x}{a})$ کدام است؟



(۱) 4π

(۲) 6π

(۳) 3π

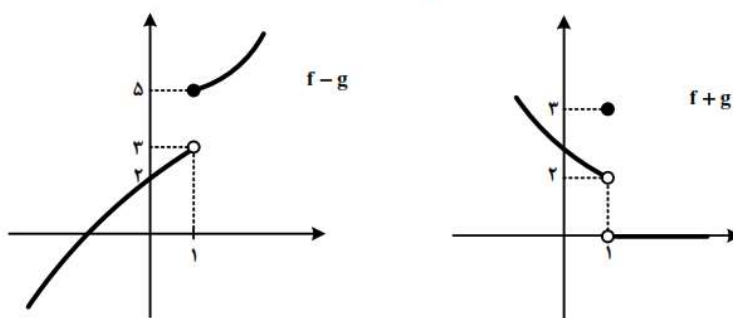
(۴) 2π

گزینه ۱ (مثلثات) (ساده)

$$\text{دوره تناوب} = \frac{7\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = \pi = \frac{2\pi}{|a|} \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow$$

$$y = 3 \cos \frac{x}{a} \Rightarrow \text{دوره تناوب} = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{a}\right|} = 2\pi|a| = 2\pi \times 2 = 4\pi$$

۱۲۲- شکل‌های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟



(۱) حد ندارد.

(۲) $2/25$

(۳) $2/5$

(۴) $2/75$

گزینه ۳ (حد) (سخت)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2} \left[\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + g(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - g(x) \right] \Rightarrow \begin{aligned} \text{حد چپ} &: \frac{1}{2} (2 + 3) = 2.5 \\ \text{حد راست} &: \frac{1}{2} (5 + 0) = 2.5 \end{aligned}$$

۱۲۳- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{1 - 2x} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

گزینه ۴ (حد) (سخت)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3 \left[-\frac{1}{2}^+ \right]}{1 - 2 \left(\frac{1}{2}^+ \right)} = \frac{a - 3}{(\cdot^-)} = -\infty \Rightarrow a - 3 > \cdot \Rightarrow a > 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{a} - x \right] = \left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{2} \right] = ? \Rightarrow a > 3 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{2a} < \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{2a} - \frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$$

$$\left[\frac{1}{2a} - \frac{1}{2} \right] = -1$$

۱۲۴- تابع ناصفر $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) صفر

گزینه ۱ (پیوستگی) (ساده)

توابع جز صحیح در نقاط صحیح پیوسته نیستند. پس باید $b = 0$ باشد.

$$f(x) = -2a \Rightarrow \frac{a}{f(b)} = \frac{a}{-2a} = -\frac{1}{2}$$

۱۲۵- خط $7y - x = 5$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax-1}{3x+1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{9}{7}$

گزینه ۲ (کاربرد مشتق) (متوسط)

$$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7} \Rightarrow 3x^2 + (16-7a)x + 12 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (16-7a)^2 = 144 \Rightarrow 16-7a = 12 \Rightarrow a = \frac{4}{7}$$

$$16-7a = -12 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow x = 2 \checkmark$$

۱۲۶- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2+1)^3(ax+1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر -11 است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این

تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -1 (۳) ۸ (۴) -8

گزینه ۳ (کاربرد مشتق) (متوسط)

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(0) - f(-1)}{0 - (-1)} = \frac{1 - 8(1-a)}{1} = 8a - 7 = -11 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$\text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} = f'(1) = 3(2x)(x^2+1)^2 \left(-\frac{1}{4}x+1\right) + \left(-\frac{1}{4}\right)(x^2+1)^3 =$$

$$6(4) \left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}(8) = 12 - 2 = 10$$

۱۲۷- مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

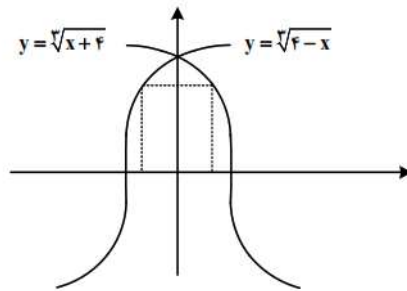
- (۱) -۱۴ (۲) -۱۱ (۳) -۹ (۴) -۷

گزینه ۱ (کاربرد مشتق) (ساده)

با رسم جدول تغییرات $\Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 12 = 0$

$$x = 2 \text{ min نسبی} \Rightarrow f(2) = -14$$

۱۲۸- مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن بر



نمودارهای داده‌شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۶

گزینه ۴ (بهینه سازی) (متوسط)

$$\text{مساحت مستطیل} = 2x\sqrt{4-x} \Rightarrow 2x\sqrt{4-x} + 2x \times \frac{-1}{\sqrt{4-x}} = 0$$

$$2x\sqrt{4-x} = \frac{2x}{\sqrt{4-x}} \Rightarrow 12 - 3x = x \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S_{\max} = 6 \times 1 = 6$$

۱۲۹- برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم

برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۱/۸ (۳) ۴۵ (۴) ۵۴/۵

گزینه ۴ (آمار) (متوسط)

$$1 - 3 - 9 - 18 - 23 - 23 - a - a - 39 - 42 - 2a + 1 \Rightarrow \frac{2a + 64}{5} = 26 \Rightarrow a = 33$$

$$\text{میانگین داده های بزرگتر از چارک سوم} = \frac{42 + 67}{2} = 54.5$$

۱۳۰- با حروف کلمه «آهنگری» چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که حروف کلمه «گنه» کنار هم باشند؟

۲۱۶ (۴)

۱۴۴ (۳)

۷۲ (۲)

۲۴ (۱)

گزینه ۳ (شمارش بدون شمردن) (ساده)

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$

۱۳۱- دو تاس را پرتاب می کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهر شده متوالی و برابر نیستند؟

 $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۱)

گزینه ۲ (احتمال) (ساده)

$$(1,1) - (2,2) - (3,3) - (4,4) - (5,5) - (6,6)$$

$$(1,2) - (2,1) - (2,3) - (3,2) - (3,4) - (4,3)$$

$$1 - \frac{(4,5) - (5,4) - (5,6) - (6,5)}{36} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

۱۳۲- جعبه A شامل ۶ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز است و جعبه B شامل ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است.

از جعبه A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه B قرار می دهیم. سپس یک مهره از جعبه B

انتخاب می کنیم. با کدام احتمال مهره خارج شده از جعبه B آبی است؟

۰/۲۴ (۴)

۰/۲۸ (۳)

۰/۳۲ (۲)

۰/۳۶ (۱)

گزینه ۱ (احتمال) (ساده)

$$\frac{6}{15} \times \frac{6}{15} + \frac{4}{15} \times \frac{5}{15} + \frac{5}{15} \times \frac{5}{15} = \frac{36 + 20 + 25}{225} = \frac{81}{225} = \frac{9}{25} = 0.36$$

۱۳۳- نقاط $A(2,0)$ و $C(0,-1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

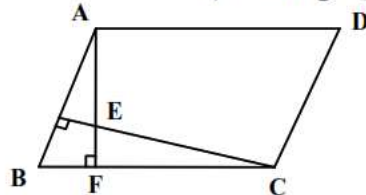
(۱) $(0, \frac{3}{2})$ (۲) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$ (۴) $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$

گزینه ۲ (هندسه تحلیلی یازدهم) (متوسط)

$$\text{طول ضلع مربع} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \text{قطر مربع} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

تنها نقطه ای که فاصله ش از نقطه $(-1, 0)$ برابر $\frac{\sqrt{10}}{2}$ است نقطه $(\frac{3}{4}, -\frac{3}{4})$ می باشد.

۱۳۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $AD=14$ ، $BF=6$ و $AE=8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۴

(۳) ۱۲

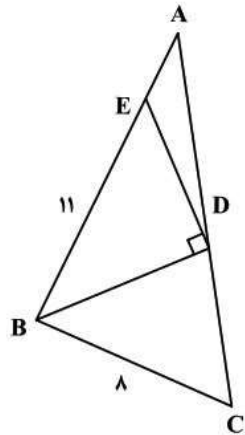
(۴) ۱۰

گزینه ۳ (تشابه) (متوسط)

$$\Delta AEF \sim \Delta EFC \Rightarrow \frac{8 + EF}{8} = \frac{6}{EF} \Rightarrow EF^2 + 8EF - 48 = 0 \Rightarrow EF = 4, -12$$

$$\Rightarrow AF = AE + FE = 8 + 4 = 12$$

۱۳۵- در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



(۱) ۶/۶

(۲) ۵/۴

(۳) ۳/۶

(۴) ۲/۴

گزینه ۱ (تالس) (متوسط)

در مثلث قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر میانه نیز است.

$$\frac{AE + 11}{AE + 5.5} = \frac{8}{5.5} \Rightarrow AE = 6.6$$

۱۳۶- اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B + 1$ کدام است؟

 $2\sqrt{7}$ (۴) $2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

گزینه ۲ (توان های گویا و عبارت های جبری ریاضی دهم) (ساده)

$$B = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{14}}{4\sqrt{2} + \sqrt{14}} \times \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{14}}{4\sqrt{2} - \sqrt{14}} = \frac{8 - 2\sqrt{7} + 8\sqrt{7} - 14}{32 - 14} = \frac{6\sqrt{7} - 6}{18} = \frac{\sqrt{7} - 1}{3}$$

$$3B + 1 = 3 \left(\frac{\sqrt{7} - 1}{3} \right) + 1 = \sqrt{7} - 1 + 1 = \sqrt{7}$$

۱۳۷- اگر $n(A \cup B) = ۵۷$ و $n(A \cap B) = ۳n(A - B) = ۴n(B - A)$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

۴۸ (۴)

۴۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۳ (۱)

گزینه ۴ (مجموعه ها) (ساده)

$$n(A \cap B) = ۳n(A) - ۳n(A \cap B) = ۴n(B) - ۴n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = \frac{۳}{۴}n(A)$$

$$n(B) = \frac{۱۵}{۱۶}n(A) \Rightarrow n(A) + \frac{۱۵}{۱۶}n(A) - \frac{۳}{۴}n(A) = \frac{۱۹}{۱۶}n(A) = ۵۷ \Rightarrow n(A) = ۴۸$$

۱۳۸- با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته

می شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

گزینه ۱ (دنباله حسابی) (بسیار ساده)

$$۱۳۹- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + ۳} + ۲a & |x| \leq ۱ \\ ax^2 + ۵ & |x| \geq ۱ \end{cases}$ ، ضابطه تابع f باشد، مقدار f(a) کدام است؟$$

۱۴ (۴)

۲۵ (۳)

۳۲ (۲)

۴۶ (۱)

گزینه ۲ (تابع) (ساده)

$$x = ۱ \Rightarrow ۲ + ۲a = a + ۵ \Rightarrow a = ۳ \Rightarrow f(۳) = ۹(۳) + ۵ = ۳۲$$

۱۴۰- خط $۳y + ۲x = ۹$ در نقطه $(۰, ۳)$ بر دایره $x^2 + y^2 + ۳x + ay = c$ مماس است. مقدار a کدام است؟

-۱/۵ (۴)

۱/۵ (۳)

-۳/۵ (۲)

۳/۵ (۱)

گزینه ۴ (دایره ریاضی دوازدهم) (متوسط)

$$, 0 \left(-\frac{3}{2}, -\frac{a}{2} \right) \quad \text{شیب شعاع} = +\frac{3}{2} = \frac{3 + \frac{a}{2}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \text{شیب خط} = -\frac{2}{3}$$

$$3 + \frac{a}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

سعید پناهی

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳